



Jeodezi Dağılımı Temelli Graf Çekirdeği ve 3B Nokta Bulutu Uygulamaları

Program Kodu:1002

Proje No:121E031

Proje Yürütücüsü:

Doç. Dr. ÖMER AKGÜLLER

Araştırmacı(lar)

Doç. Dr. MEHMET ALİ BALCI

Bursiyer(ler)

FATMA BETÜL KURTER

NİSAN 2022

ANKARA



1. GİRİŞ

Nokta bulutları, veri kümeleri için en temel çok yönlü temsillerden biridir. Nokta bulutlarının elde edilmesini sağlayan kaynaklardan biri, birçok disiplinde de uygulamaları olan lazer menzil tarayıcıları gibi 3B şekil edinme cihazlarıdır. Bu tarayıcılar, yüzey örneklerini temsil eden organize olmayan nokta bulutları biçiminde genel olarak gürültülü ham veriler sağlar. Bu veri kaynağının artan popülaritesi ve çok geniş uygulamaları göz önünde bulundurulduğunda, hesaplama karmaşıklığı ve yüzeye uydurma hataları ekleyebilecek ara adıma gitmek zorunda kalmadan, doğrudan bu temsil ile çalışmak oldukça önemlidir. Nokta bulutlarının sıklıkla kullanıldığı bir diğer önemli alan, yüksek boyutlu manifoldların örneklerle temsilidir. Bu tür yüksek boyutlu ve genel eş boyutlu veriler, hesaplamalı biyolojiden görüntü analizine ve finansal verilere kadar neredeyse tüm disiplinlerde görülür. Bu durumda yüksek boyutluluk nedeniyle, manifold yeniden yapılandırması imkânsızdır ve ilgili hesaplamaların doğrudan ham veriler, yani nokta bulutu üzerinde gerçekleştirilmesi gerekir.

Graf yapıları, nesnelerin yapısal ve ilişkisel düzenlemelerini yansıtabildikleri için diskret geometrik verileri ve verinin altında yatan diskret manifoldu temsil etmek için önemli araçlardır (Barra ve Biasotti, 2014; Chen, 2014; Song, 2020; Wang vd. 2020). Bu verilerin benzerliklerinin doğru ve etkili bir şekilde nasıl hesaplanacağı sorusu graf tabanlı ayırık geometrik yapıların sınıflandırılmasında ortaya çıkan bir zorluktur. Bu tip bir sorunun çözümü için graf çekirdek fonksiyonları yaygın olarak kullanılmaktadır (Boulch vd. 2020; Gua vd., 2017; Meltzer vd., 2017; Wang vd. 2019; Wu vd. 2020). Graf çekirdekleri, diskret geometrik verilerin yapısal analiz için kanıtlanmış güçlü araçlardır. Graf çekirdek fonksiyonlarını kullanmanın iki temel avantajı vardır. İlk olarak, graf çekirdekleri yüksek boyutlu bir uzayda graf özelliklerini karakterize edebilir ve bu nedenle grafın topolojik yapılarını koruma kapasitesine sahiptir. İkincisi, graf çekirdekleri, vektörel veriler için hızla gelişen makine öğrenme yöntemlerini graflara uygulanabilir hale getirir. Bir graf çifti arasında çekirdek fonksiyonunu tanımlamak için yaygın olarak kullanılan yaklaşımlardan biri, grafları alt yapılara ayırmak ve belirli izomorfik alt yapı çiftlerini karşılaştırmaya dayanmaktadır. Alt yapılara ayırma işlemlerinden yaygın olarak kullanılanlar yürüyüşler, yollar ve geren ağaçlar yapılarıdır (Flippone vd., 2008; Kriege vd., 2020). Gaidon vd. (2011), alt ağaçlar ile tanımlanmış çekirdek fonksiyonlarını kullanarak her video için karmaşık hareketleri ayrıştırılmış uzamsal-zamansal parçalar olarak değerlendirmiş ve karşılık gelen ikili ağaçlar oluşturmuşlardır. Ortaya çıkan çekirdek fonksiyonu, izomorfik alt ağaç desenlerinin sayısı hesaplanarak tanımlanır. Bach (2008), nokta bulutlarını karşılaştırmak için bir çekirdek ailesi önermiştir. Bu çekirdekler, alt ağaçların uygun şekilde

tanımlanmış graf modellerinde çarpanlara ayırma ile tanımlanan, alt ağaçlar arasında yeni geliştirilmiş yerel bir ağaç yürüyüşü çekirdeğine dayanmaktadır. Wang ve Sahbi (2013), videolarda hareket tanıma için bir graf çekirdeği tanımlamışlardır. İlk olarak, yönlendirilmiş döngüsel olmayan graflar (DAG) kullanarak videolardaki eylemleri açıklarlar. Ortaya çıkan çekirdek, DAG'lerin izomorfik yürüyüşlerinin sayısını sayarak genişleyen bir rastgele yürüyen çekirdek olarak tanımlanır. Harchaoui ve Bath (2007), görüntü sınıflandırması için bir segmentasyon graf çekirdeği önermişlerdir. Bu yöntemde, her görüntü bir bölümlene grafiyle temsil edilir; her tepe bölümlü bir bölgeye karşılık gelir ve her ayrıt bir çift komşu bölgeyi birleştirir. Ortaya çıkan çekirdek fonksiyonu, segmentasyon grafları arasındaki kesin olmayan izomorfik alt ağaç desenlerinin sayılmasıyla hesaplanır. Bunların yanı sıra; en kısa yol graf çekirdeği (Borgwardt ve Kriegel, 2005), geriye doğru izlenmeyen yürüyüş çekirdeği (Aziz vd., 2013), Lovás çekirdeği (Johansson vd., 2014), Weisfeiler-Lehman alt ağaç çekirdeği (Shervashidze vd., 2011) gibi bilgisayarla görme uygulamaları için bazı çekirdek fonksiyonları da etkin olarak kullanılmıştır.

Yukarıda bahsedilen çekirdek fonksiyonlarının her biri farklı problemler için etkili sonuçlar verse de empirik olarak elde edilen 3B nokta bulutlarındaki gürültü ve aykırı nokta olma durumlarına oldukça hassastırlar. Ayrıca, izomorfik alt yapılar arasında güvenilir karşılaştırma bilgisi oluşturmamaktadırlar. Başka bir deyişle, 3B şekillerden soyutlanan graflar için, mevcut çekirdeklerin çoğu, izomorfik alt yapıların görsel arka plana dayalı olarak aynı bölgelerde yer alıp almadığını belirleyemez. Bu eksikliklerin üstesinden gelmek için Bai vd. (2015) hizalanmış bir alt ağaç çekirdeği önermişlerdir. Önerilen çekirdek fonksiyonu, hizalanmış tepelerde köklenen izomorfik alt ağaçların sayısı sayılarak hesaplanır ve böylece çoğu graf çekirdeğinde ortaya çıkan izomorfik alt yapılar arasındaki konumsal veya yapısal karşılıkları ihmal etme eksikliğini üstesinden gelir. Hizalanmış alt ağaç çekirdeğinin 3B şekil sınıflandırma problemleri üzerindeki etkin olsa da hizalanmış tepeler arasındaki geçişliliği garanti edemez. Daha özel olarak; u , v ve w tepeleri verildiğinde, eğer v ve u ile u ve w hizalanırsa, çekirdek fonksiyonu v ve w 'nin da hizalı olduğunu garanti edemez. Öte yandan Fröhlich vd. (2005), tepe hizalama çekirdeklerinin pozitif kesinliğini garanti etmek için geçişli hizalama adımının gerekli olduğunu göstermektedirler. Bu nedenle, hizalanmış alt ağaç çekirdeği pozitif tanımlı çekirdek olarak garanti edilemez. Ayrıca, belirtilen tüm çekirdekler, karşılaştırmalar altında her bir graf çifti için yalnızca graf özelliklerini yansıtır ve bu nedenle diğer graflardan gelen bilgileri göz ardı eder. Bu dezavantajlar, çekirdek tabanlı benzerlik önlemlerinin kesinliğini sınırlar. Bu nedenle, etkili graf çekirdeklerini geliştirmek önemlidir.

Bu projenin amacı, 3B nokta bulutunun diskret geometrisi üzerinden bir çekirdek fonksiyonu tanımlayarak mevcut graf çekirdeklerinde ortaya çıkan bahsedilen sorunları ele almaktır. Geometride, bir jeodezik genellikle bir yüzeydeki iki nokta arasındaki en kısa yolu veya daha genel olarak bir Riemann manifoldundaki en kısa yolu temsil eden bir eğridir. Ayrıca bir bağlantıya sahip herhangi bir diferansiyellenebilir manifoldda "düz çizgi" kavramının daha genel bir ortama genelleştirilmesi anlamı taşır. Diskret diferansiyel geometrinin temelini oluşturan PL-manifoldlar üzerinde jeodezikler ilk olarak Mitchell vd. (1987) tarafından ele alınmış, daha sonra ise Polthier ve Schmies (2006) tarafından polihedral yüzeylere genişletilmiştir. Diskret diferansiyel geometrik yaklaşımlarda nokta bulutunun altında yatan geometrinin bulunduğu var sayılır ve üçgenleme ile noktalar arasındaki konumlar da geometriye dâhil edilir. Böylelikle ham 3B nokta veri kümesi kullanıldığında gürültü azaltma ve alt bölümlenme algoritmalarının kullanılması da gerekmektedir. 3B nokta bulutu üzerinde oluşturulacak graf yapısında ise jeodezik kavramı en kısa yol problemine döner (Atıcı ve Vince, 2002; Bernstein vd., 2000).

Genel olarak, nokta bulutlarının hareketli en küçük kareler (Alexa vd., 2001; Amenta ve Kil, 2004; Levin, 2004), örtük (Ademson ve Alexa, 2003) ve Voronoi / Delaunay (Amenta vd., 2004; Dey ve Goswami, 2006) yaklaşımları ile yeniden yapılandırılan pürüzsüz bir yüzeyin sınırını yoğun bir şekilde örnekleme beklenir. Nokta kümeleri, manifold bağlantısının açık bir şekilde depolanmasına gerek kalmadan graflar yardımı ile 3B şekilleri temsil edebildikleri için, poligonal ağlara alternatif bir yüzey temsili haline gelmişlerdir ve birçok uygulama için yaygın olarak kullanılmaktadırlar (Attene ve Patanè, 2010; Chen, 2020; Gou vd., 2018; Nakarmi, 2017; Zhang vd., 2020). K en yakın komşuluk grafi (Connor ve Kumar, 2010), Reeb grafi (Natali vd., 2011) ve Gabriel grafi (Klein ve Zachmann, 2004) gibi birçok özel graf tipi nokta bulutlarının geometrisine ve topolojisine yaklaşım sunsa da altmanifold topolojilerini ve yüksek mertebeden topolojik özellikleri göz ardı eder. Bu proje çalışmasında, nokta bulutlarının altmanifold topolojilerini koruyan ve yüksek mertebeden topolojik bilgilerini de içerebilen simpleks kompleksi iskeletlerinin graf gösterimleri kullanılmıştır. Genel olarak, iskelet ile yapılan bir temsil, insan sezgisini yansıtmaya çalışan kompakt ve etkileyici bir şekil soyutlaması sağlar. Bütün modeller yerine yeterince özlü, bilgilendirici ve kolayca hesaplanabilen iskelet temsillerinin kullanılması, karşılaştırma sürecini kolaylaştırabilir. Aslında, bir veri tabanında sorguya benzer bir nesnenin aranması, sadece nokta bulutları veya binlerce üçgenden oluşan yığınların karşılaştırılmasıyla yaklaşıldığında neredeyse imkânsız olabilir. Bir iskelet temsilinin önemi, ötelemeler, rotasyonlar ve ölçeklendirmelerin değişmezliğidir.

Nokta bulutunun örneklendiği alt manifoldun simpleks kompleksi iskeleti ile ifade edilen graf yapıları üzerinde hesaplanan en kısa yollar manifoldun jeodezik eğrilerine bir yaklaşım sunulmuştur. Bu örnekleme gürültü içereceği de göz önünde bulundurulmalıdır. Simpleks kompleksi iskeleti ile oluşturulan graf yapıları bu gürültüden etkilenmez. Böylelikle, 3B nokta bulutlarının iskeletlerinde diskret jeodeziklerinin dağılımlarının Wasserstein benzerliği ile tanımlanacak bir çekirdek fonksiyonu nokta bulutu benzerliği ölçümü sürecinde etkili bir araç olmuştur.

3B geometrik nesnelere arasındaki benzerliği ölçmek, 3B nesne alma ve ters prosedürel modelleme gibi birçok 3B uygulamada önemli bir rol oynar. Bu projenin amacı 3B nokta bulutlarının benzerliklerinin belirlenmesinde nokta bulutunun diskret geometrisi ve topolojisini göz önünde bulunduran bir çekirdek fonksiyonunu belirlemek ve etkinliğini göstermektir. Hedeflenen etkili çekirdek fonksiyonu, nokta bulutu üzerinde simpleks komplekslerinin iskeletine izomorf olan graflardaki jeodezi dağılımlarının Wasserstein-1 uzaklığı ile karşılaştırılması ile tanımlanmıştır. Bu amaç çerçevesinde, gürültüden, aykırı noktalardan ve dönüşümlerden en az şekilde etkilenen bir çekirdek fonksiyonunun analiz edilmesi hedeflenmektedir. Analizler, yüzeyler üzerinden hali hazırda örnekleme ve dönüşümler altındaki görüntüleri belli olan nokta bulutları ve ampirik olarak 3B tarayıcılar ile elde edilmiş gürültülü ve aykırı nokta içeren nokta bulutları örnekleri üzerinden gerçekleştirilmiştir.

Bu rapor şu şekilde organize edilmiştir: 2. Bölümde çalışmada kullanılan simpleks kompleksi yöntemleri ve 1-iskeletleri ile graf elde etme yaklaşımları sunulmuştur. Ayrıca proje çalışmasında sunulan graf çekirdeği fonksiyonu tanıtılmıştır. 3. Bölümde ise farklı veri grupları için graf çekirdeği fonksiyonu kullanılarak elde edilen benzerlik matrisleri ve üç farklı makine öğrenme yöntemi sonucu graf sınıflandırma yaklaşımları sunulmaktadır. 4. Bölüm elde edilen bulgulara ait sonuçların detaylı tartışmasını içermektedir.

2. YÖNTEM

2.1. Jeodezi Dağılımlı Graf Çekirdeği

$v_0, v_1, \dots, v_d \in \mathbb{R}^n$ elemanları $d + 1$ -afin bağımsız noktalar kümesi olmak üzere bu noktaların konveks gövdesine d -simpleksi denir. Çalışmamızda bir d -simpleks $\sigma = \text{conv}\{v_0, \dots, v_n\} = [v_0, \dots, v_n]$ ile gösterilecektir. Konveks gövde, basit bir şekilde $d + 1$ –afin bağımsız noktaların tepe olarak alındığı bir polihedrondur. Bir σ simpleksinin yüzü $S \subset \{v_0, v_1, \dots, v_d\}$ olmak üzere $\text{conv}S$ ile tanımlıdır.

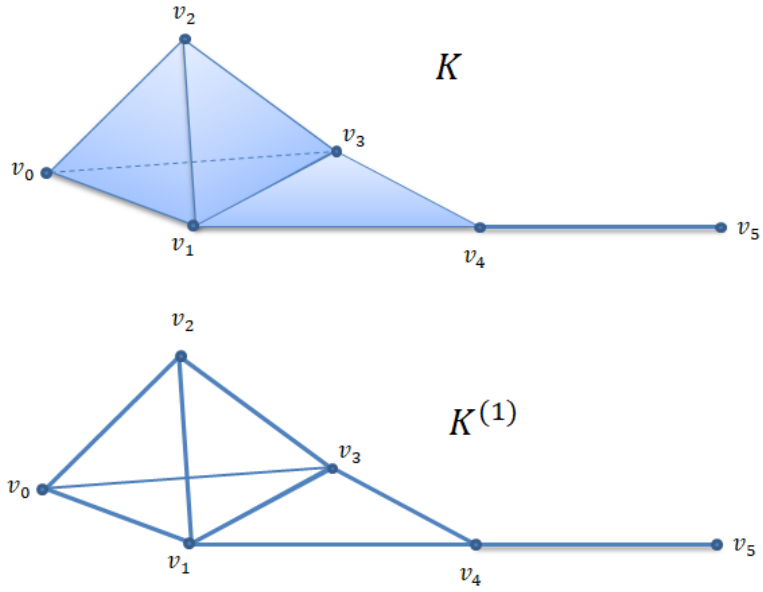
Bir nokta bulutu girdisinde simpleks yapılarının oluşturduğu kompleksler proje çalışmamızda kullanılmıştır.

Tanım 2.1. Simplekslerin aşağıdaki özellikleri sağlayan sonlu ailesine bir K kompleksi denir:

- i. $\sigma \in K$ ve σ simpleksinin τ yüzü için, $\tau \in K$
- ii. $\sigma, \sigma' \in K$ iken $\sigma \cap \sigma'$ boştur veya aynı anda σ ve σ' nün bir yüzüdür

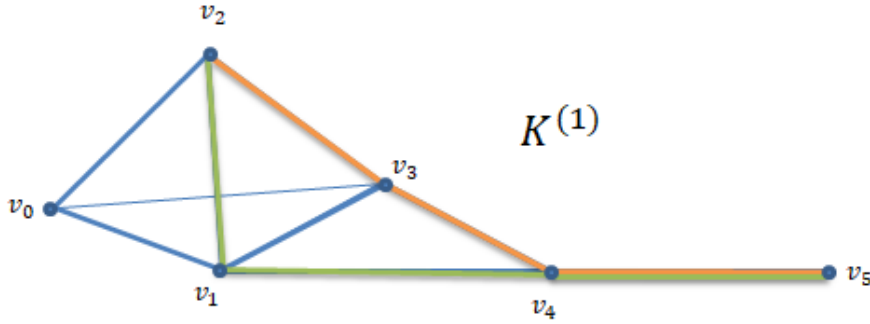
Bir K simpleks kompleksinin $\{\sigma \in K \mid \dim(\sigma) \leq j\}$ koleksiyonuna K 'nin j -iskeleti denir ve $K^{(j)}$ ile gösterilir. Herhangi bir K kompleksinin 1-iskeleti $K^{(1)} = \{\sigma \in K \mid \dim(\sigma) \leq 1\}$, yani kompleksi oluşturan simplekslerin tepe ve ayrıtlarının kümesidir. O halde, $V = \{v_0, \dots, v_n\}$ ve $E = \{[v_i, v_k] \mid [v_i, v_k] \in K\} \subseteq V \times V$ olmak üzere $K^{(1)} \approx G$ olacak şekilde bir $G = (V, E)$ basit grafı her zaman vardır.

Şekil 2.1'de 3 boyutlu bir K kompleksi örneği ve ilgili $K^{(1)}$ iskeleti verilmiştir. $V = \{v_0, \dots, v_5\}$ ve $E = \{[v_0, v_1], [v_0, v_2], \dots, [v_4, v_5]\}$ olmak üzere $K^{(1)}$ iskeletinin bir $G = (V, E)$ basit grafına izomorf olduğu da kolayca görülebilir.



Şekil 2.1 Bir K kompleksi ve $K^{(1)}$ iskeleti

3B nokta bulutu üzerinde oluşturulacak bir K kompleksi ile, nokta bulutunun altında yatan manifoldun bağlantılılık ve delikler gibi topolojik özelliklerini yakalamak mümkündür. $K^{(1)}$ iskeletinin izomorf olduğu bir basit grafa üzerinde ise çeşitli graf algoritmalarını uygulamam mümkün olur. Yukarıdaki örnekte verilen $K^{(1)}$ iskeleti üzerinde v_2 ve v_5 tepeleri arasındaki en kısa iki graf yolu $\ell_1 = v_2, v_3, v_4, v_5$ ve $\ell_2 = v_2, v_1, v_4, v_5$ tepe dizileri ile Şekil 2.2'deki gibi verilsin.



Şekil 2.2 $K^{(1)}$ iskeleti üzerinde ℓ_1 ve ℓ_2 yolları

ℓ_1 ve ℓ_2 yollarının $K^{(1)} \approx G$ üzerinde homotopik oldukları aşikardır. Böylelikle $K_1^{(1)} \approx G_1$ ve $K_2^{(1)} \approx G_2$ şeklinde iki iskeleti topolojik benzerlik bağlamında karşılaştırırken en kısa yollara denk gelen diskret jeodeziklerin yaklaşımlarının dağılımlarını incelemek etkili sonuç verecektir.

Şimdi pratikte yaygın olarak kullanılan çeşitli geometrik veya soyut komplekslerin oluşturulma yöntemlerini ele alacağız. Özellikle, çoğu zaman, girdi bazı gizli alanların örneklendiği veya yaklaşık olarak tahmin edildiği bir dizi noktadır. Bu noktalar kümesine nokta bulutu adı verilir. Noktaların diskret topolojisi dışında bir topolojisi yoktur ve bunlarda bazı bağlantılar ve bazı topolojiler uygulanır. $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ nokta bulutu olmak üzere $p_i \in P$ merkezli r yarıçaplı Euclidyen yuvar $B(p, r)$ olsun. Proje çalışmamızda ele aldığımız simpleks kompleksi oluşturma algoritmalarını şu şekilde sayabiliriz:

Tanım 2.2. (Delaunay Kompleksi) $P \subset \mathbb{R}^3$ nokta bulutu için, $\sigma = [p_{i_0}, \dots, p_{i_d}]$ simpleksi bir $Del(P)$ Delaunay kompleksindedir ancak ve ancak sınırı σ simpleksinin tepelerini içeren bir B yuvarı vardır ve bu yuvarın için nokta bulutunun diğer noktalarını içermez.

Delaunay kompleksleri 2 ve 3 boyutta oldukça zengin geometrik özelliklere sahiptir (Dey, 2006; Shewchuck, 1999). Yalnızca birinci boyutlu Delaunay komplekslerinin hesaplanması, tam Delaunay kompleksinin hesaplanmasından asimptotik olarak daha hızlı görünmemektedir. Bu durum, kompleksi yüksek boyutlu veri analizi için daha az çekici hale getirir.

Tanım 2.3. (Čech Kompleksi) $P \subset \mathbb{R}^3$ nokta bulutu ve verilen $r > 0$ reel sayısı için $\sigma = [p_{i_0}, \dots, p_{i_d}]$ simpleksi bir $C^r(P)$ Čech kompleksindedir ancak ve ancak $\bigcap_{0 \leq j \leq k} B(p_{i_j}, r) \neq \emptyset$.

Čech kompleksinin tanımının, pratikte yararlı olabilecek bir r parametresini içerdiğine dikkat edilmelidir. Özellikle, nokta bulutundaki her p_i noktasında bir yuvar oluşturduğumuzu ve r ölçeğinde yuvarların birleşmesine baktığımızı düşünebiliriz.

Tanım 2.4. (Vietoris-Rips Kompleksi) $P \subset \mathbb{R}^3$ nokta bulutu ve verilen $r > 0$ reel sayısı için $\sigma = [p_{i_0}, \dots, p_{i_d}]$ simpleksi bir $R^r(P)$ Vietoris-Rips kompleksindedir ancak ve ancak $\forall j, j' \in [0, d]$ için $B(p_{i_j}, r) \cap B(p_{i_{j'}}, r) \neq \emptyset$.

Bir başka deyişle, p_{i_0}, \dots, p_{i_k} noktaları bir d -simpleksi gerer ancak ve ancak bu noktalara merkezlenmiş yarıçapı r olan Euclidyen yuvarlar ikili kesişime sahiptir.

Tanım 2.5. (Tanık Kompleksi) $\forall i \in [0, d]$ ve $q \in Q \setminus \{q_0, \dots, q_d\}$ için $d(q_i, x) \leq d(q, x)$ ise $\sigma = [q_0, \dots, q_d]$ simpleksine x noktası tarafından zayıf, $d(q_i, x) = d(q, x)$ ise x noktası tarafından güçlü tanık edilir denir. $P \subset \mathbb{R}^3$ nokta bulutu ve $Q \subset P$ için, $W(Q, P)$ tanık kompleksi tepeleri Q

kümesinden olan ve bütün yüzleri P nokta bulutundaki bir nokta tarafından zayıf tanık edilen simplekslerin kompleksidir.

Literatürde oldukça sık kullanılan bu kompleksler için detaylı bilgiler (De Floriani ve Hui, 2005; Edelsbrunner ve Harer, 2008; Kahle, 2004) çalışmalarında bulunabilir. Yine bu çalışmalardan şu özellikler verilebilir:

$$W(Q, P) \subseteq Del(Q)$$

ve

$$C^r(P) \subseteq R^r(P) \subseteq C^{2r}(P).$$

Bu çalışmada kullanılan kompleksler için karşılaştırma Tablo 3.1’de verilmiştir.

Tablo 2.1. Kompleks kurma yöntemleri karşılaştırılması

K	Boyut	Zaman Kompleksitesi	Teorik Garanti
$Del(P)$	$2^{\mathcal{O}(P)}$	$\mathcal{O}(P + P \log P)$	Yüzey geometrisine yaklaşım
$C^r(P)$	$2^{\mathcal{O}(P)}$	$\mathcal{O}(P ^{d+1})$	Nerve Teoremi (Munkres, 2018)
$R^r(P)$	$2^{\mathcal{O}(P)}$	$\mathcal{O}(M(P))$	Čech kompleksine yaklaşım
$W(Q, P)$	$2^{\mathcal{O}(Q)}$	$\mathcal{O}\left(\frac{ P }{\mu^{d^2}}\right)$	Yüzey geometrisine yaklaşım

Bu çalışmada Rips-Vietoris ve Tanık kompleksleri için zamansal modifiye edilmiş sırasıyla (Zomorodian, 2010) ve (Boissonnat vd., 2009) yöntemleri kullanılmıştır. Tablo 3.1’de bu yöntemlerin zaman kompleksiteleri verilmiştir. Bu değerlerde $M(|P|)$, $|P| \times |P|$ tipindeki bir matrisin çarpımının kompleksitesini, μ ise Q alt kümesinin işaretleyicisinin seyreklik fonksiyonunun zaman kompleksitesini gösterir.

Makine öğreniminin temel sorunlarından biri, nesnel arasındaki benzerliğin modellenmesi ve hesaplanmasıdır. Graflar söz konusu olduğunda, graf çekirdekleri son yıllarda çok ilgi görmüştür ve graf yapılı veriler üzerinde öğrenme için baskın yaklaşım olarak yerleşmiştir. Bir graf çekirdeği, grafların uzayında tanımlanan simetrik, pozitif yarı tanımlı bir fonksiyondur. Bu fonksiyon, bazı Hilbert uzaylarında bir iç çarpım olarak ifade edilebilir. Özel olarak, bir k çekirdeği verildiğinde, her $G_1, G_2 \in \mathcal{G}$ için, $k(G_1, G_2) = \langle \varphi(G_1), \varphi(G_2) \rangle$ olacak şekilde bir \mathcal{G} graf uzayını \mathcal{H} Hilbert uzayına eşleştiren bir $\varphi: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{H}$ dönüşümü vardır.

Graf çekirdekleri, hem grafın doğasında bulunan semantiği mümkün olduğunca yakalamaya hem de hesaplama açısından verimli olmaya çalışarak graf karşılaştırma problemini çözer. Graf çekirdeklerinin başarısının arkasındaki en önemli faktörlerden biri, geniş çekirdek yöntemleri ailesinin doğrudan graflar üzerinde çalışmasına izin vermeleridir. Bu nedenle, graf çekirdekleri, graf yapılı verilerdeki gerçek dünya problemlerine makine öğrenimi algoritması uygulanmasını sağlar.

$K_1^{(1)} \approx G_1$ ve $K_2^{(1)} \approx G_2$ olmak üzere, G_1 ve G_2 graflarının jeodeziklerinin dağılımı ile tanımlanmış bir k çekirdek fonksiyonunun tanımını vermeden önce ilk olarak dağılımlar hakkında bilgi verilecektir.

Kullback-Leibler bilgisi, iki bilginin olasılık anlamında birbirinden ne kadar uzak olduğunun ölçüsüdür (Burnham ve Anderson, 2001). \mathbb{P} ve \mathbb{Q} , yoğunlukları sırası ile p ve q olan iki olasılık ölçüsü olsun. Kullback-Leibler bilgisi,

$$\mathcal{L}_X(\mathbb{P}, \mathbb{Q}) = \int \log \left(\frac{p(x)}{q(x)} \right) p(x) d\mu(x) = \mathbb{E}_p \left[\log \left(\frac{p(x)}{q(x)} \right) \right]$$

ile tanımlıdır. Kullback-Leibler bilgisi simetrik olmadığından bir metrik oluşturmaz. Fakat $\mathcal{L}_X(\mathbb{P}, \mathbb{Q}) + \mathcal{L}_X(\mathbb{Q}, \mathbb{P})$ simetriktir ve Kullback-Leibler diverjansı olarak adlandırılır (Pérez-Cruz, 2008).

Ortalaması μ_X olan bir X rassal değişkeni ve $d(x; \mu_X) = f(x - \mu_X)$ ile tanımlı bir metrik fonksiyonunu ele alalım. $\mu_X, \mu'_X \in \mathbb{R}$ olmak üzere $g(x; \mu_X) = d(x; \mu'_X) - d(x; \mu_X)$ ile tanımlı g fonksiyonu Jensen eşittir, yani $\mathbb{E}[g(x)] = g(\mathbb{E}[x])$. $c \in \mathbb{R}$ ve $(\kappa, \omega) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^-$ olmak üzere $\mathbb{E}[X] = c$ olacak şekilde bir $f(x; \mu_X)$ için,

$$f(x; \mu_X) = \kappa \exp(\omega d(x; \mu_X)) = g(d(x; \mu_X))$$

yoğunluk fonksiyonu ile $\mathcal{L}_X(\mathbb{P}, \mathbb{Q})$ bir metrik olur (Yu ve Mehta, 2010).

Şimdi, Kullback-Leibler bilgisi kullanılarak graflar üzerindeki jeodezik dağılımların nasıl tanımlanacağına bakalım. Bir G grafında iki u ve v şeklindeki iki tepe arasındaki jeodezik uzaklık olarak adlandırılan ve $d_G(u, v)$ ile gösterilen u ve v tepelerini birbirine bağlayan en kısa yolun kenarlarının sayısıdır. Örneğin, Şekil 3.2’de verilen $K^{(1)} \approx G$ grafi için $d_G(v_2, v_5) = 3$ olur. Bir u tepesinin ε dışmerkezliliği, u ile diğer herhangi bir tepe arasındaki en büyük jeodezik mesafedir. Bir tepenin graftaki en uzak en uzak tepeden ne kadar uzak olduğu ölçüsü olarak düşünülebilir. Dışmerkezlilik özelliği, bir grafın yarıçapını ve çapının tanımlanmasına izin verir. Bir grafın yarıçapı, grafın tepeleri arasındaki minimum dışmerkezliliktir. Bir grafın çapı ise, grafın herhangi bir tepe noktasının maksimum dış merkezliliğidir. Yani çap, herhangi bir tepe çifti arasındaki en büyük mesafedir. Bir grafın çapını bulmak için, önce her bir tepe çifti arasındaki en kısa yol bulunur. Herhangi bir yolun en büyük mesafesi grafın çapıdır. Bir grafın dışmerkezliliği kullanılarak iki alt grafını tanımlamamız mümkündür. G grafının merkezi bir alt grafı, α derece ve en küçük dışmerkezliliğe sahip n tane tepesi olan graftır ve $G^C_{n,\alpha}$ ile gösterilir. G grafının yörünge grafı, en büyük β derecesine ve n tepeye sahip alt grafıdır ve $G^A_{n,\beta}$ ile gösterilir.

Kullback-Leibler diverjansı göz önünde bulundurulduğunda Jensen eşit fonksiyonlar için iki tip jeodezik dağılımı tanımlamamız mümkündür:

1. Bir G grafının merkezi jeodezik yoğunluk fonksiyonu; $\kappa \geq 1$ normalleştirme çarpanı olmak üzere

$$f_C(u, \alpha, \kappa) = \kappa \exp\left(-d_G(u, G^C_{n,\alpha})\right).$$

2. Bir G grafının yörünge jeodezik yoğunluk fonksiyonu; $\kappa \geq 1$ normalleştirme çarpanı olmak üzere

$$f_A(u, \beta, \kappa) = \kappa \exp\left(-d_G(u, G^A_{n,\beta})\right).$$

\mathbb{R}^m uzayında iki olasılık yoğunluğu ρ_0 ve ρ_1 olsun. Bu yoğunluklar arasındaki Π bağlaşımı ile birlikte

$$W_1(\rho_0, \rho_1) = \inf_{\pi \in \Pi(\rho_0, \rho_1)} \int_{\mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m} \|x - y\| \pi(dx, dy)$$

ile tanımlanan ifadeye Wasserstein-1 uzaklık fonksiyonu denir.

Proje çalışmamızda ele aldığımız çekirdek fonksiyonu, karşılaştırılan iki grafın merkezi ve yörünge jeodezik yoğunluklarının Wasserstein-1 uzaklığı ile karşılaştırılması ile aşağıdaki gibi tanımlanır:

$K_1^{(1)} \approx G_1 = (V_1, E_1)$ ve $K_2^{(1)} \approx G_2 = (V_2, E_2)$ olsun.

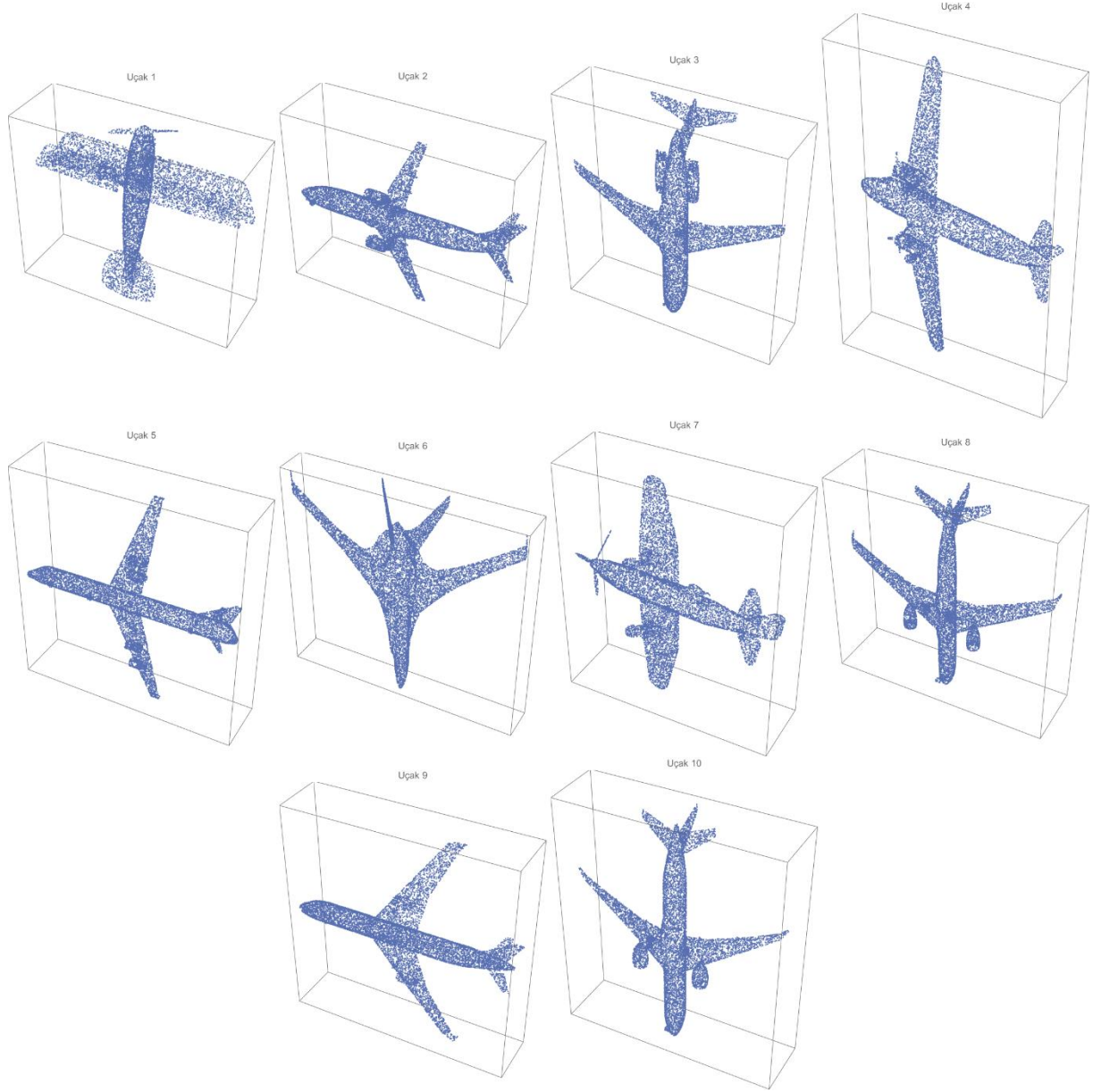
$$k_f(G_1, G_2) = \frac{W_1 \left(\bigcup_{i=1}^{|V_1|} f_c(u_i, \alpha_1, \kappa_1), \bigcup_{j=1}^{|V_2|} f_c(u_j, \alpha_2, \kappa_2) \right)}{W_1 \left(\bigcup_{i=1}^{|V_1|} f_A(u_i, \alpha_1, \kappa_1), \bigcup_{j=1}^{|V_2|} f_A(u_j, \alpha_2, \kappa_2) \right)}$$

2.2. NOKTA BULUTU DENEYSSEL KURULUMLARI

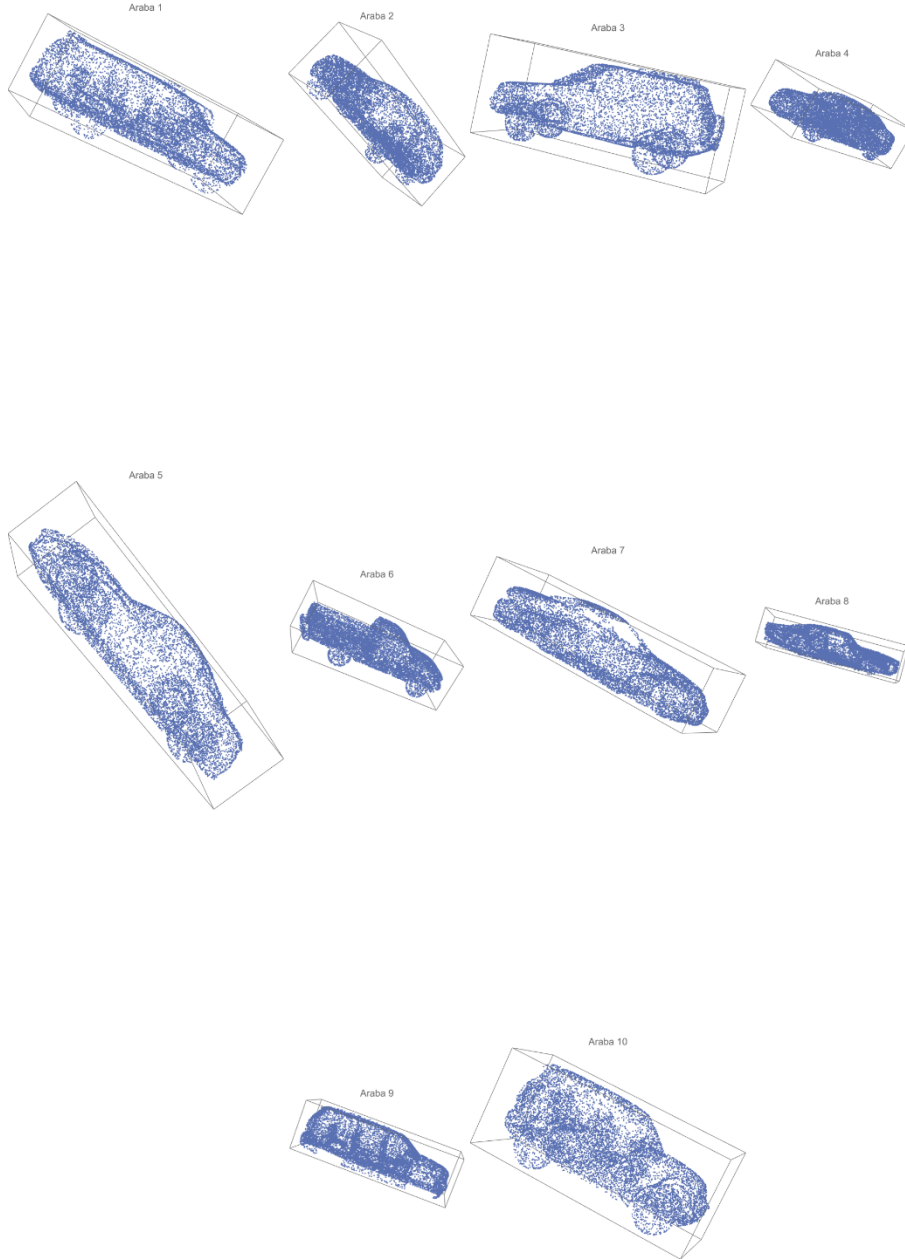
Proje çalışmasında 3 farklı veri kümesi kullanılmıştır. Bunlardan iki tanesi (Princeton ModelNet ve SHREC11 – TOSCA) veri kümeleri hali hazırda düzgün yüzeylerin modellenmiş obj dosyalarından elde edilen nokta bulutlarıdır. İkincisi ise proje kapsamında alınmış iPad Pro ve MSKÜ Matematik Bölümü bünyesinde bulunan 3B tarayıcılar kullanılarak elde edilen nokta bulutları kümesidir. Princeton ModelNet veri kümesi, benzer şekil sınıfına ait fakat farklı topolojik karakterlere sahip nokta bulutları için kullanılmıştır. SHREC11-TOSCA veri kümesi ise belirli bir nokta bulutunun izometrilere altında değişimlerini gösteren örneklerdir. 3B tara ile elde edilen nokta bulutları ise hem yüksek oranda gürültü içerir hem de morfolojik olarak çeşitli bozukluklara sahiptir. Proje çalışmamızda geliştirilen çekirdek fonksiyonu bu üç farklı veri kümesinde çalıştırılmıştır.

2.2.1. Princeton ModelNet veri kümesi

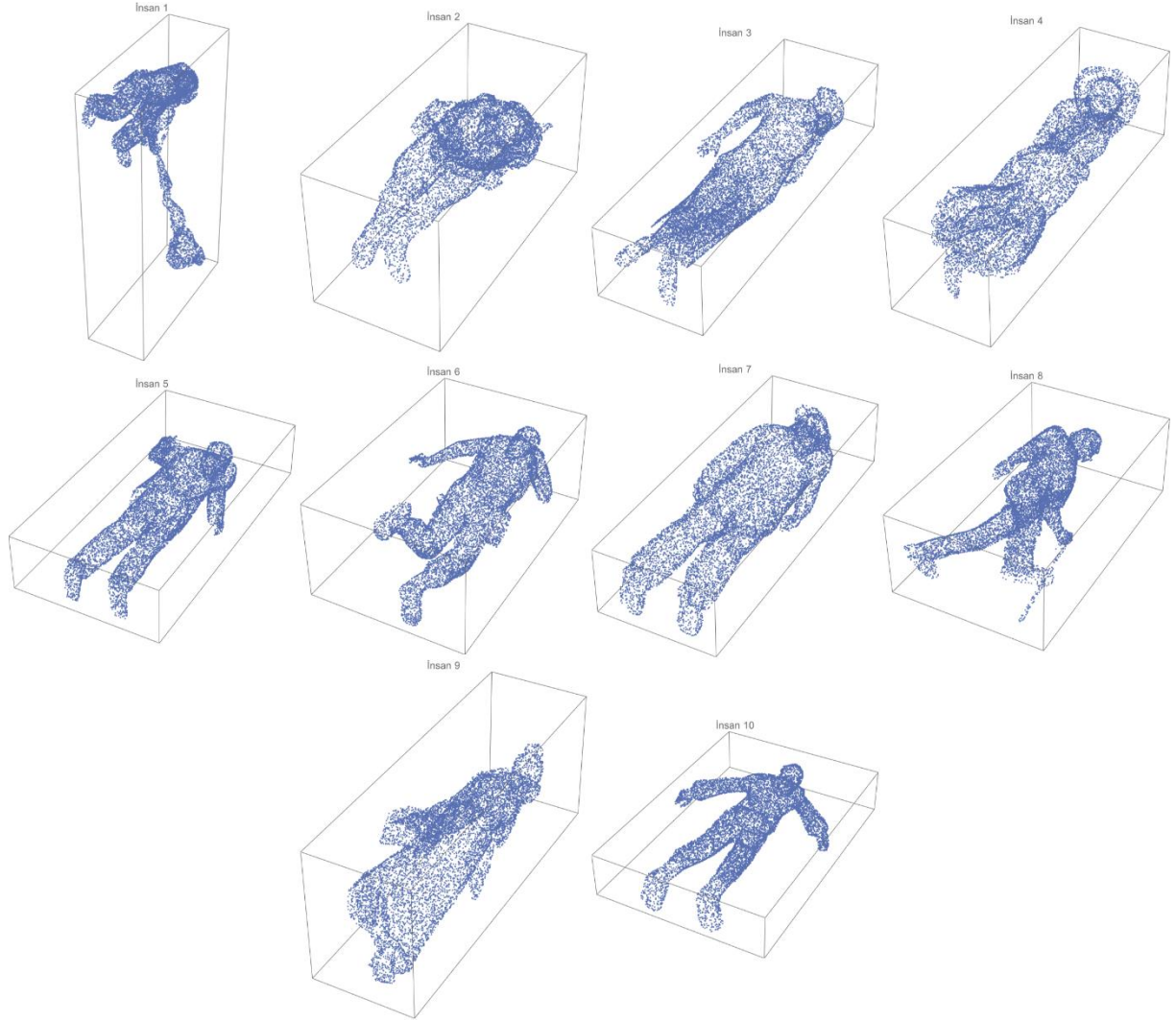
Princeton ModelNet, bilgisayarlı görü, bilgisayar grafikleri, robotik ve bilişsel bilimdeki araştırmacılara, nesnelere için kapsamlı ve temiz bir 3D CAD modelleri koleksiyonu sağlamayı amaçlamaktadır (İnternet Erişim Adresi: <https://modelnet.cs.princeton.edu/>). Veri kümesinin özünü oluşturmak için, SUN veritabanından elde edilen istatistikler kullanılarak dünyadaki en yaygın nesne kategorilerinin bir listesi araştırmacılar tarafından derlenmiştir. Nesnelere için bir kelime dağarcığı oluşturduktan sonra, her nesne kategorisi terimini sorgulayarak çevrimiçi arama motorlarını kullanarak her nesne kategorisine ait 3D CAD modellerini toplanmıştır. Ardından, kalite kontrole sahip şirket içi tasarlanmış araçları kullanarak her bir CAD modelinin belirtilen kategorilere ait olup olmadığına manuel olarak karar vermek için Amazon Mechanical Turk'te insan çalışanları işe alınmıştır. Proje çalışmamızda bu veri kümesi üzerinden her biri 10000 nokta içeren nokta bulutu örnekleri alınmıştır. Bu nokta bulutu örnekleri Uçak, Araba, İnsan, Bitki ve Vazo sınıflarına aittir. Her bir sınıftan 10'ar adet örneklem nokta bulutu alınmış ve proje çalışmamızda sunduğumuz çekirdek fonksiyonu bu örnekler arasında çalıştırılmıştır. Her sınıfa ait kullanılan nokta bulutu modelleri Şekil 2.2.1 – Şekil 2.2.5'te sunulmuştur.



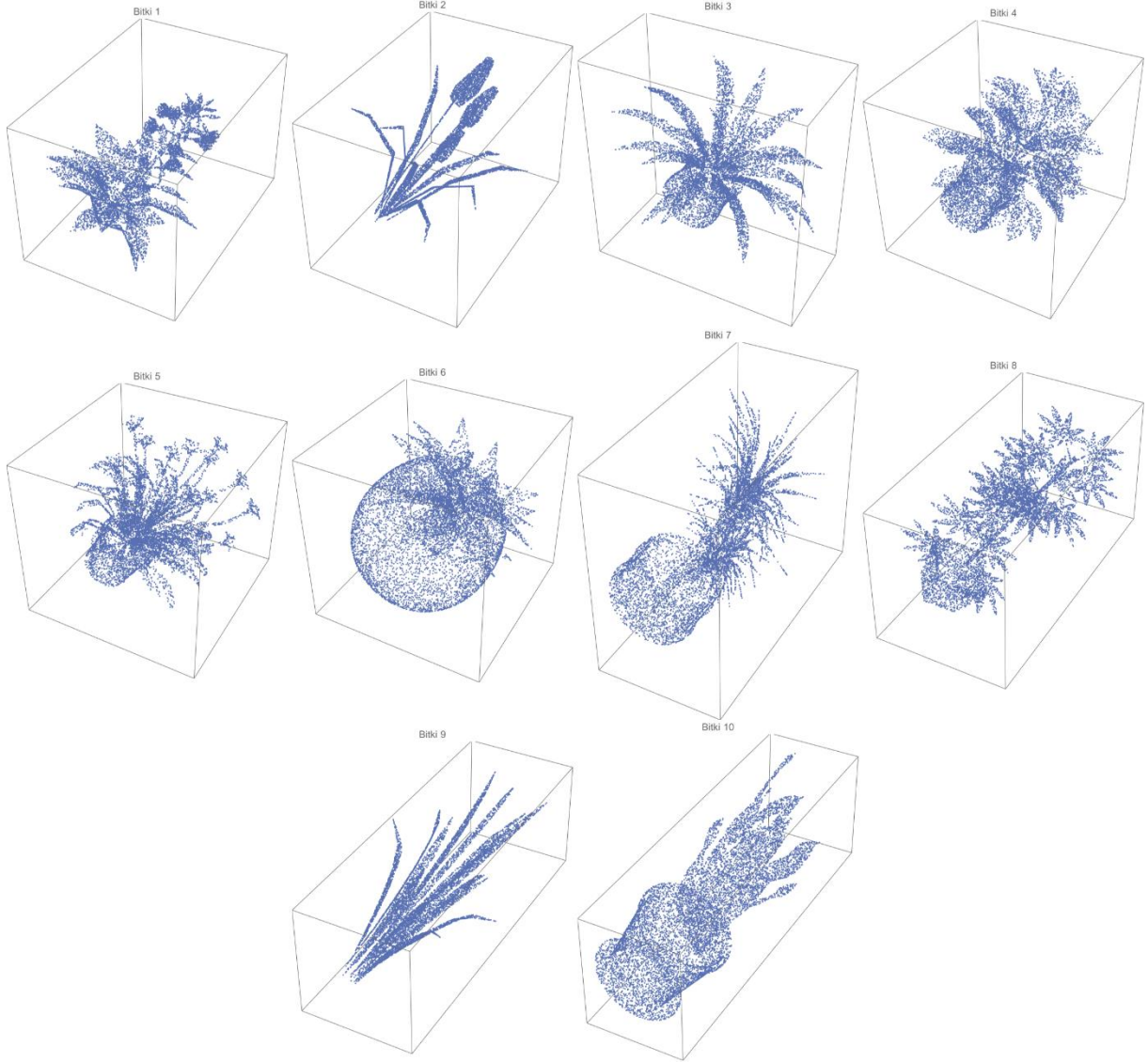
Şekil 2.2.1 – Uçak sınıfına ait 10 nokta bulutu örneği



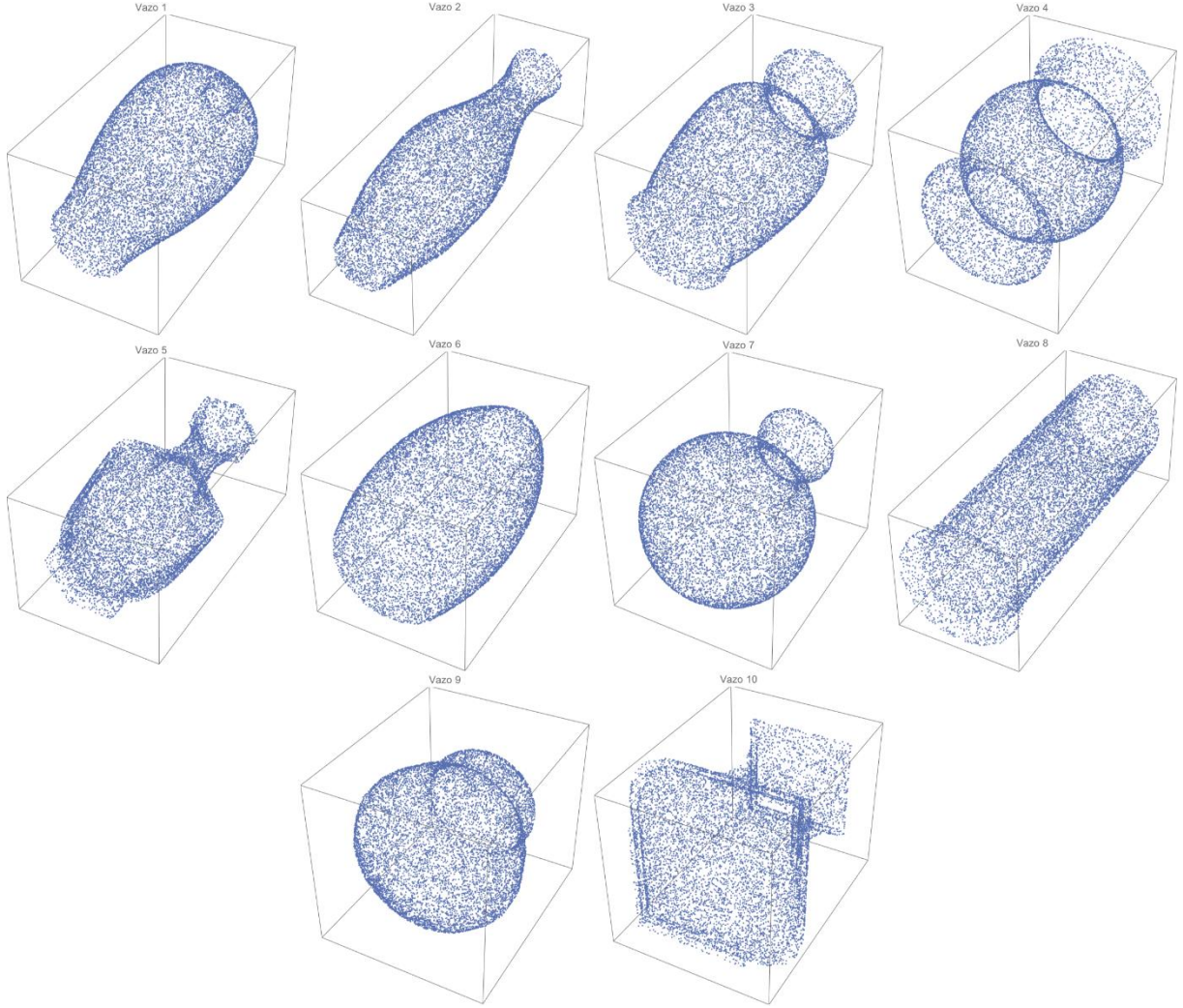
Şekil 2.2.2 – Araba sınıfına ait 10 nokta bulutu örneği



Şekil 2.2.3 – İnsan sınıfına ait 10 nokta bulutu örneği



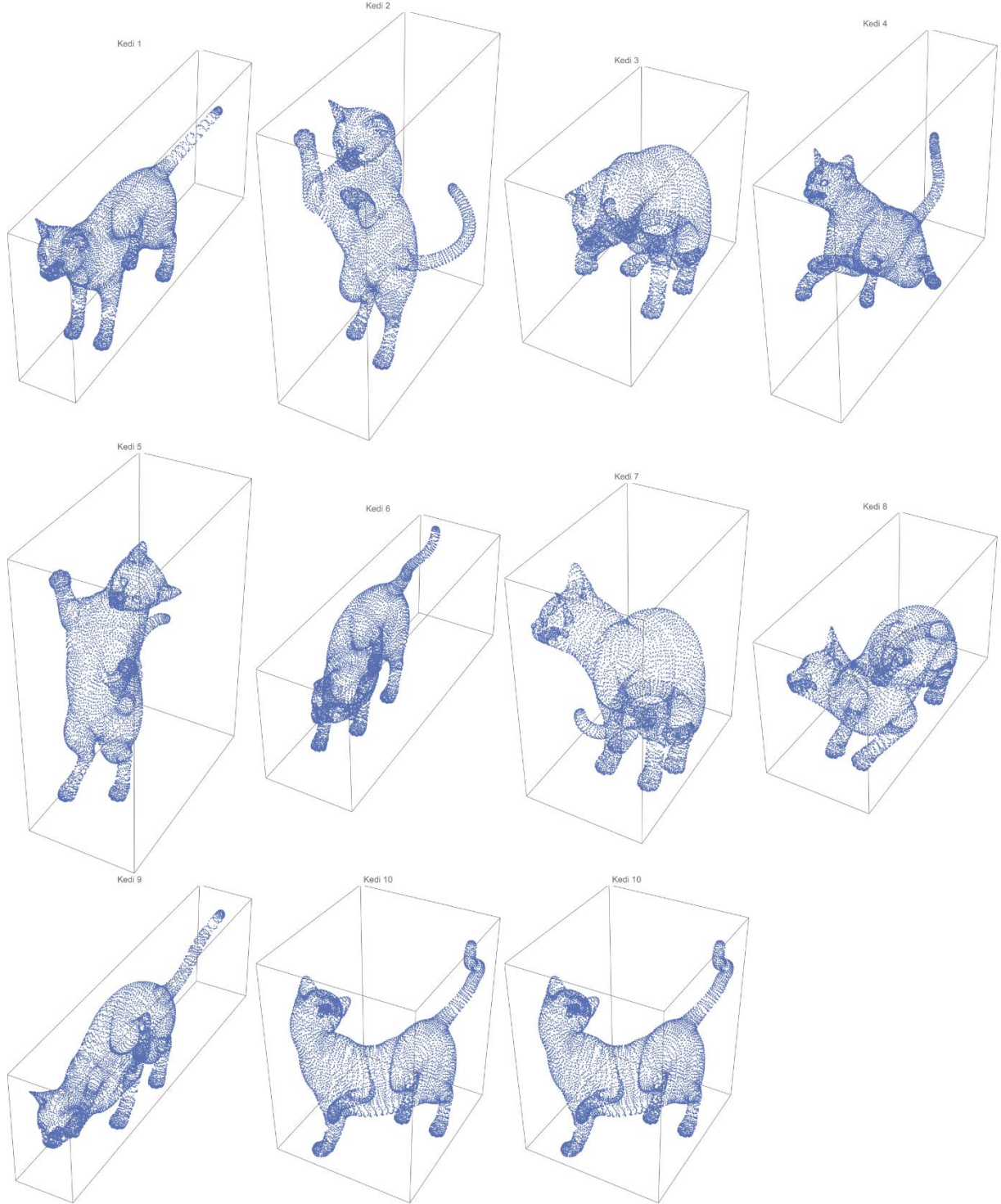
Şekil 2.2.4 – Bitki sınıfına ait 10 nokta bulutu örneği



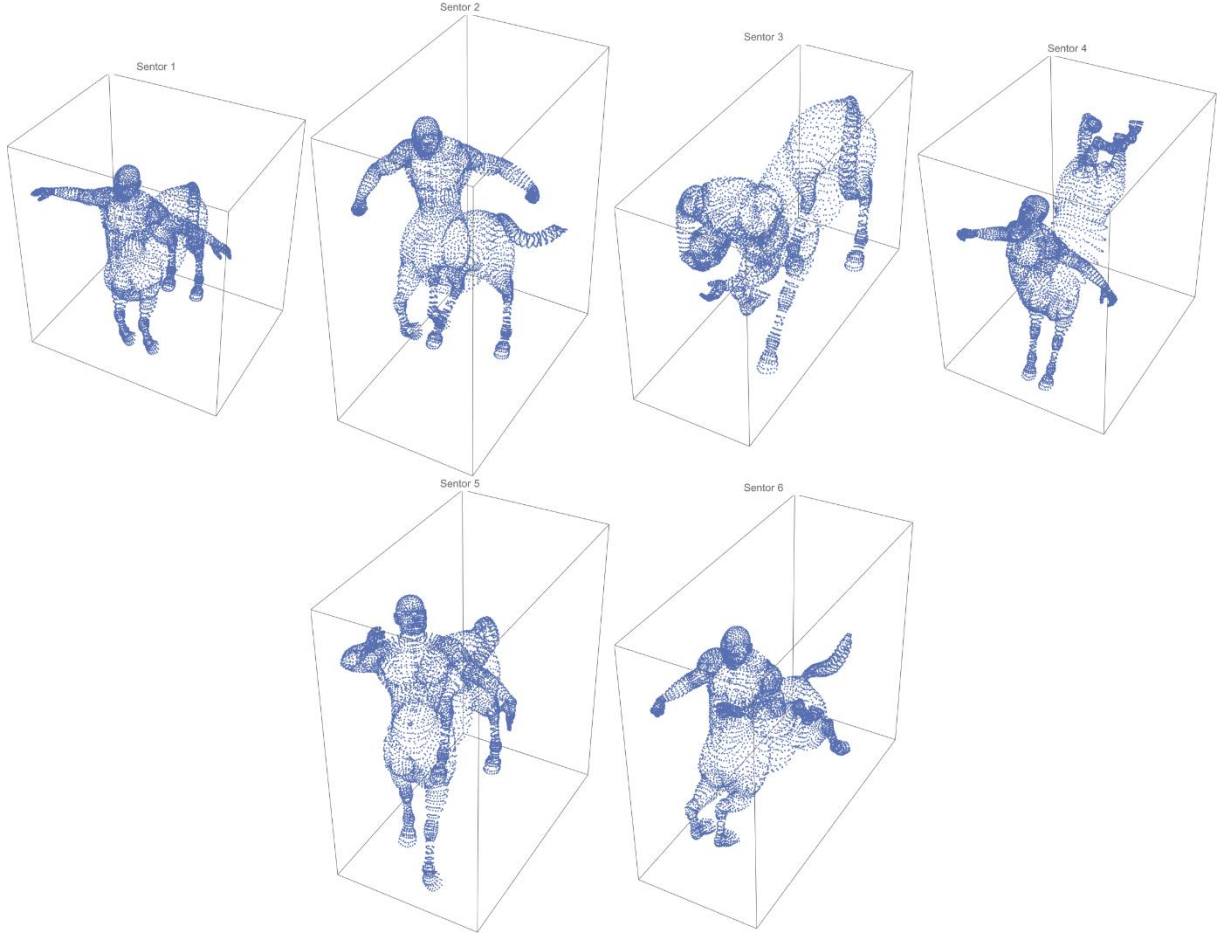
Şekil 2.2.5 – Vazo sınıfına ait 10 nokta bulutu örneği

2.2.2. SHREC11 - TOSCA veri kümesi

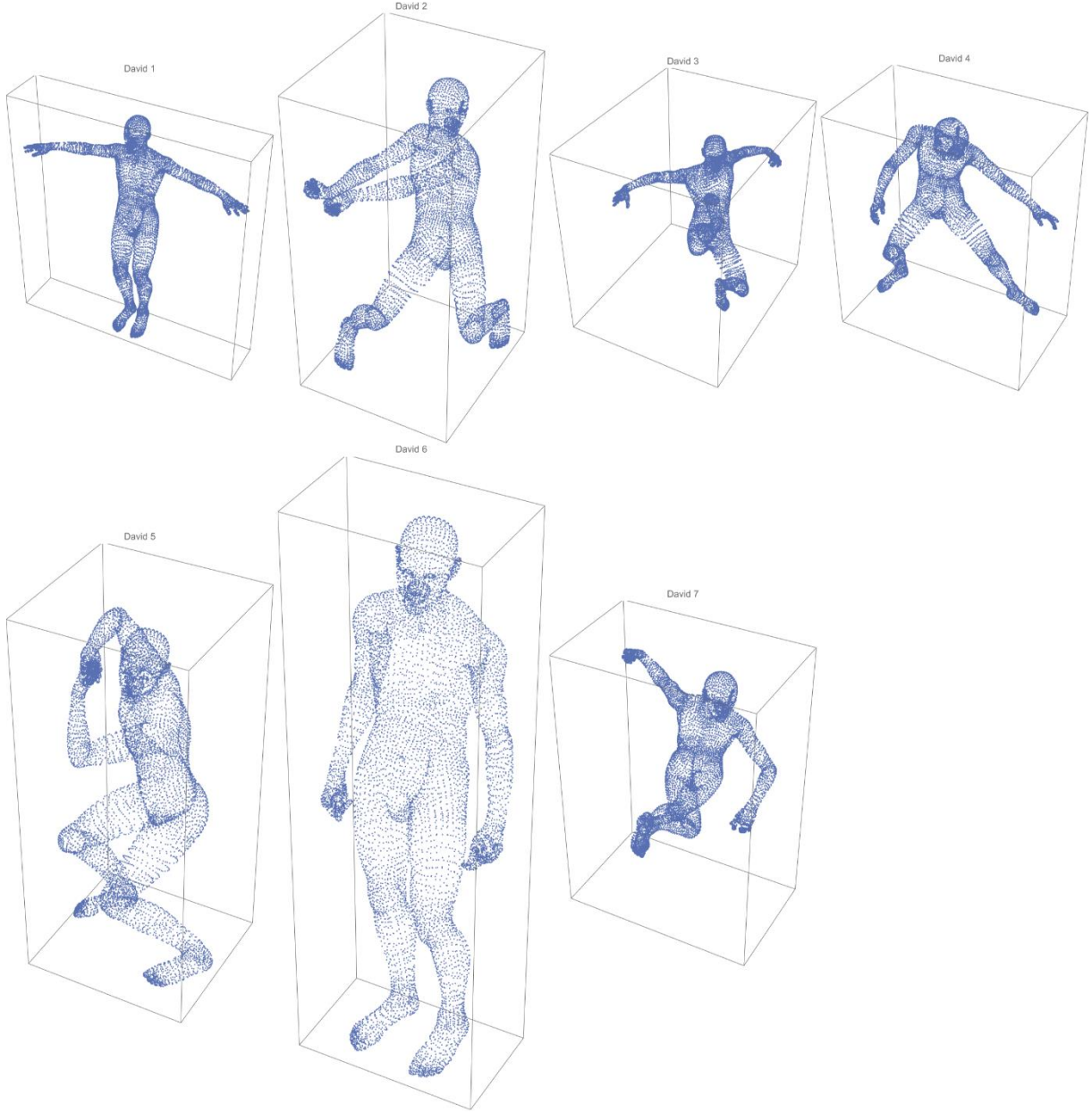
Katı olmayan 3B nesnelere çevremizde yaygın olarak görülür. Bununla birlikte, önceki çabalar esas olarak katı 3B modellerin alınmasına ayrılmıştır ve bu nedenle katı olmayan 3B şekillerin karşılaştırılması, içerik tabanlı 3B nesne alımında hala zorlu bir problemdir. Bu nedenle, rijit olmayan 3D şekil almanın gelişimini desteklemek için her yıl SHREC yarışması adı altında çeşitli veri kümeleri oluşturulmaktadır. Bu yolun amacı, oluşturulan rijit olmayan 3B ağlardan oluşan büyük ölçekli bir veri tabanında 3B şekil alma yaklaşımlarının performansını değerlendirmektir. Görev, veritabanındaki her iki nesne arasındaki farklılığı değerlendirmek ve daha sonra farklılık matrisini çıkarmaktır. Büyük ölçekli veritabanı, SHREC grubu tarafından bazı modelleme yazılımları ve kendi kodlarını kullanarak oluşturulan 600 katı olmayan 3B nesneden oluşur. Her sınıfın eşit sayıda model içermesini sağlamak için bu modelleri uygun şekilde sınıflandırılır. Proje çalışmasında izometrilere altında nokta bulutlarının analizlerinin incelenmesi için SHREC11- TOSCA veri kümesinden kedi, sentor (insan başlı at), erkek sporcu (David), köpek, at, erkek model (Michael), kadın model (Victoria) ve kurt modelleri ele alınmıştır. Her bir modele ait nokta bulutları Şekil 2.3.6 – Şekil 2.2.13'te verilmiştir.



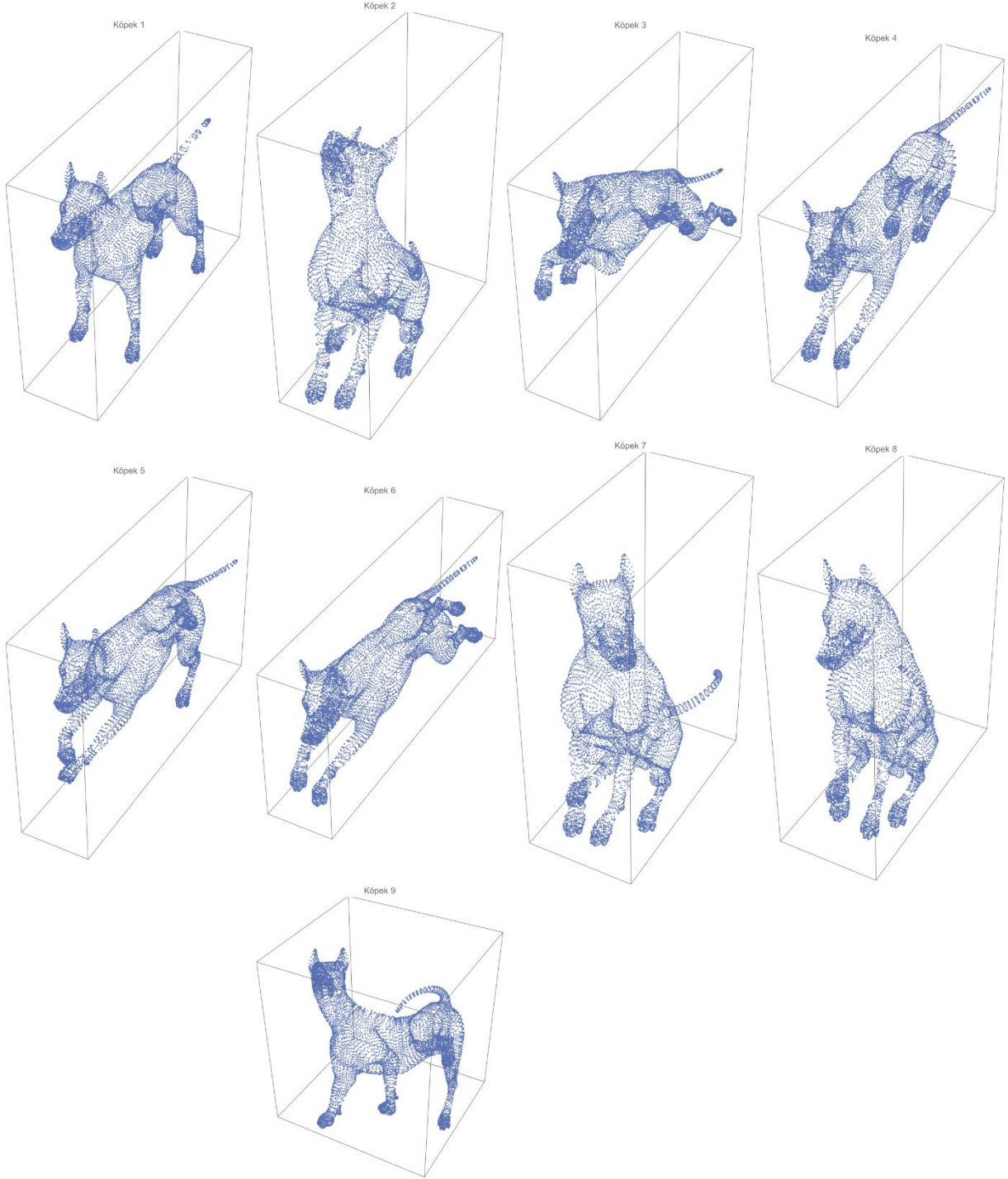
Şekil 2.2.6 – Kedi modeline ait 10 nokta bulutu örneği



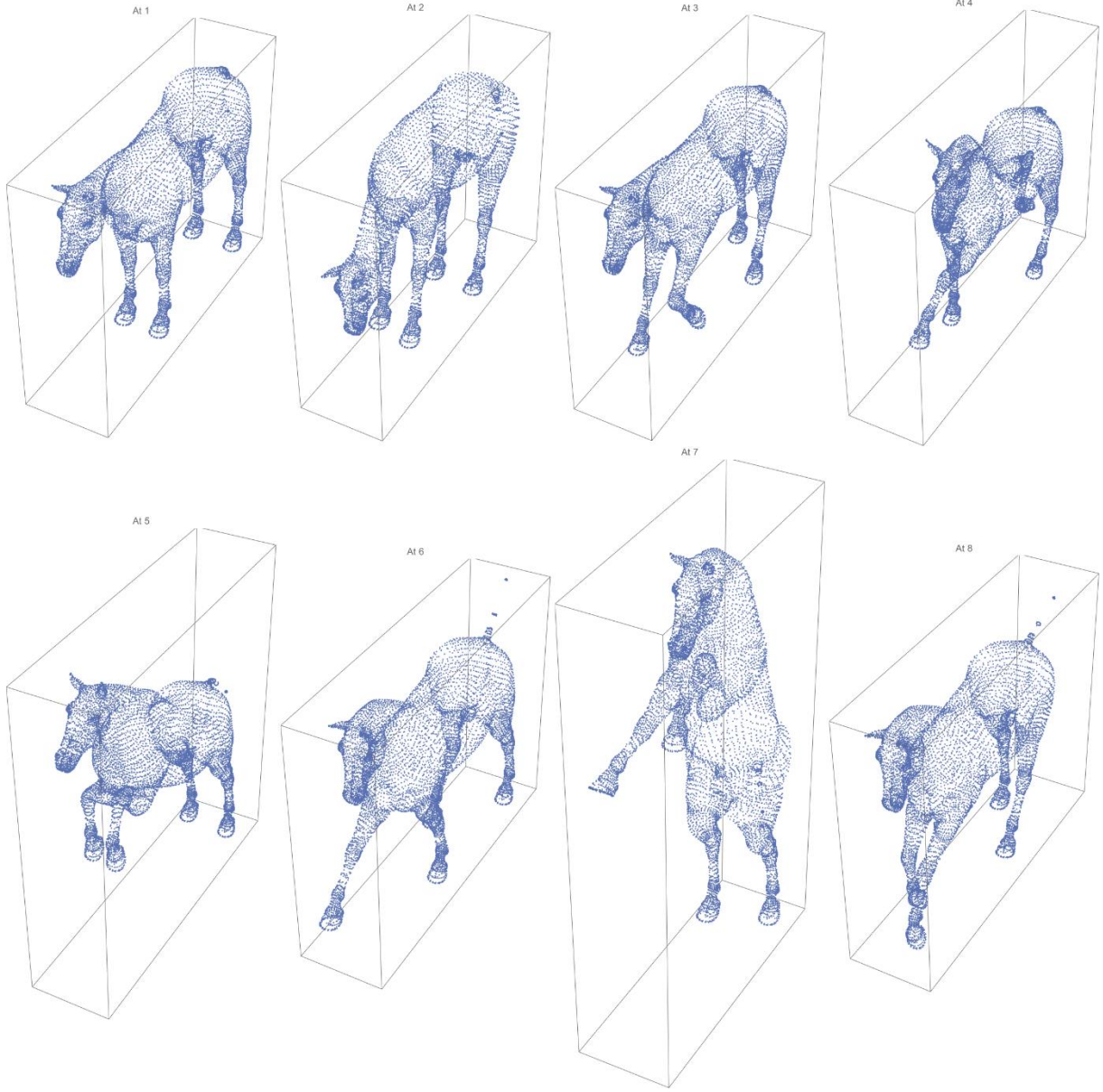
Şekil 2.2.7 – Sentor modeline ait 6 nokta bulutu örneği



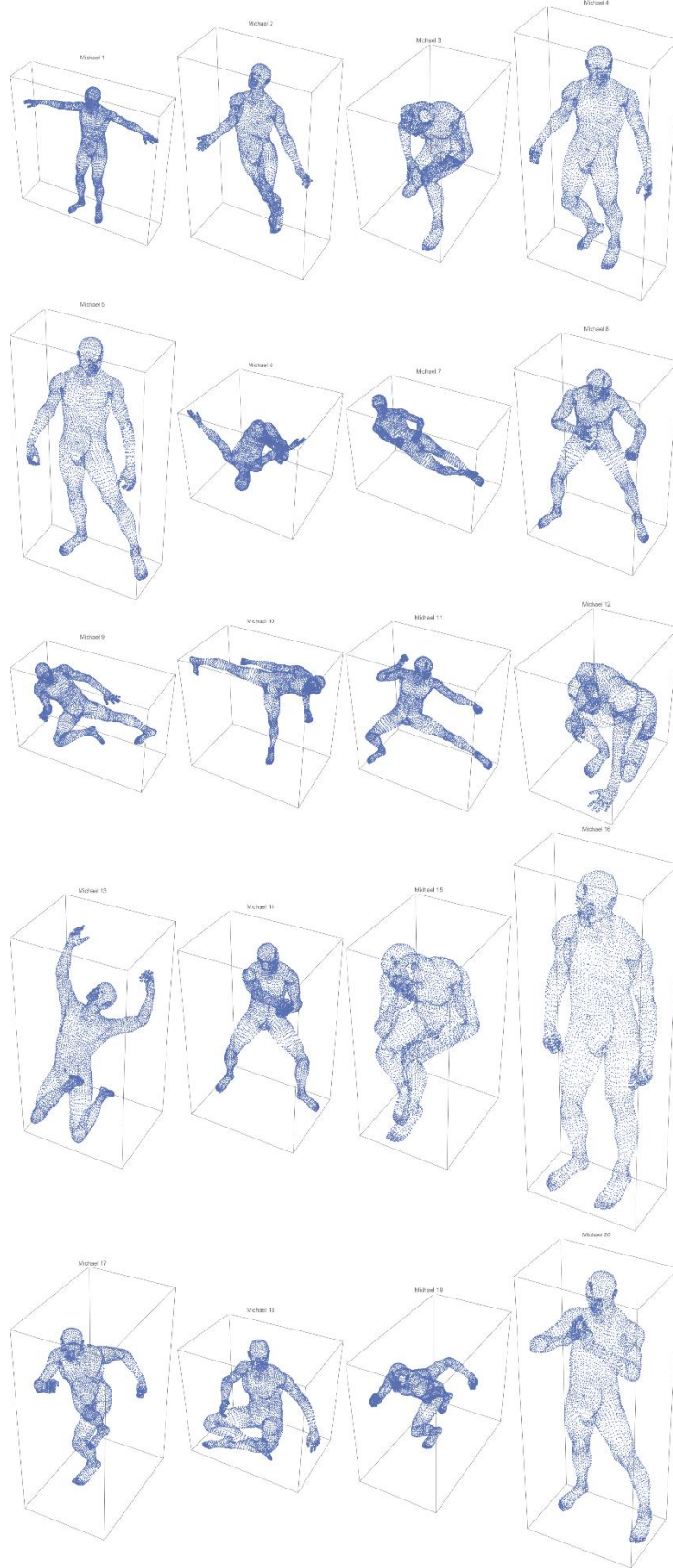
Şekil 2.2.8 – David modeline ait 7 nokta bulutu örneği



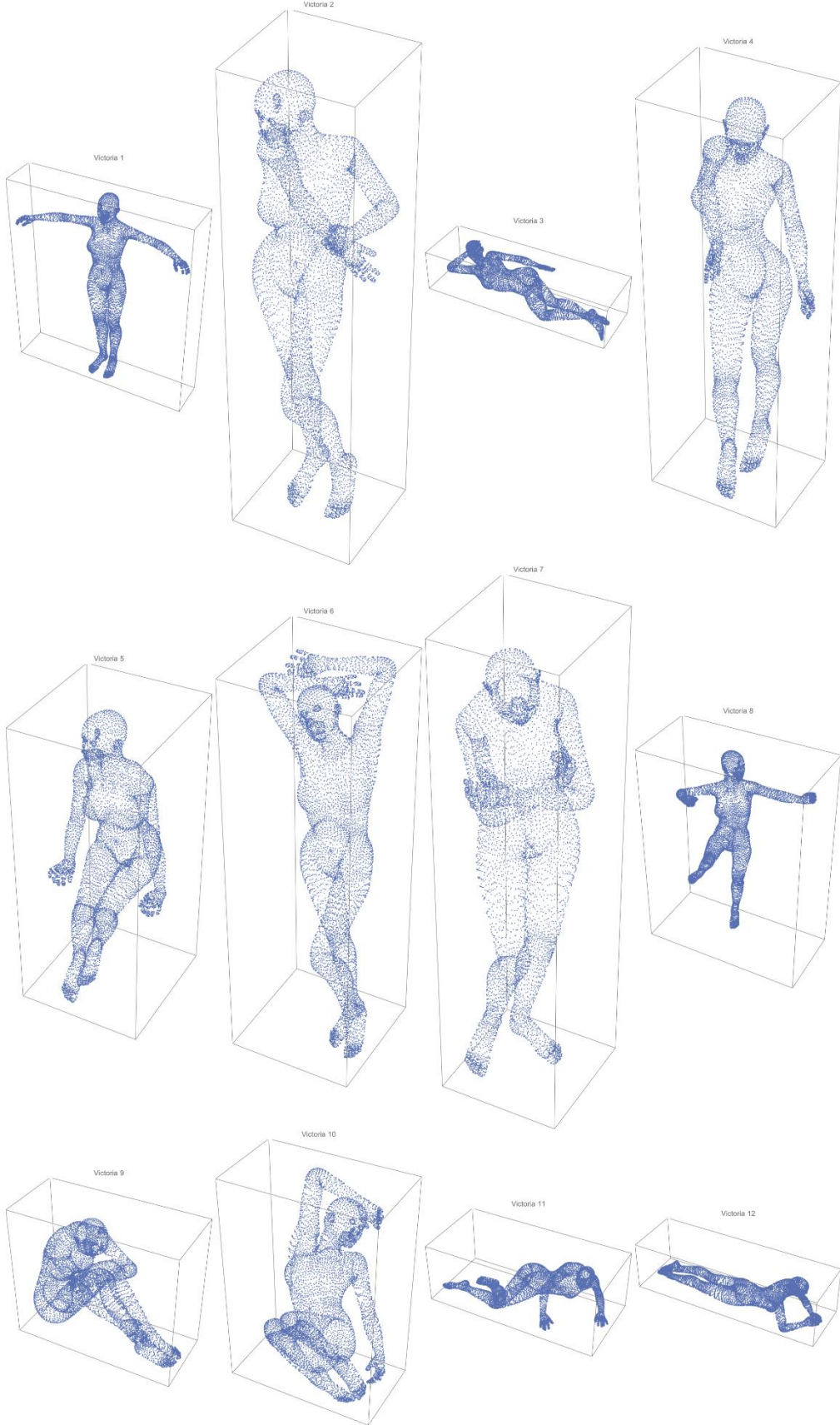
Şekil 2.2.9 – Köpek modeline ait 9 nokta bulutu örneği



Şekil 2.2.10 – At modeline ait 8 nokta bulutu örneği

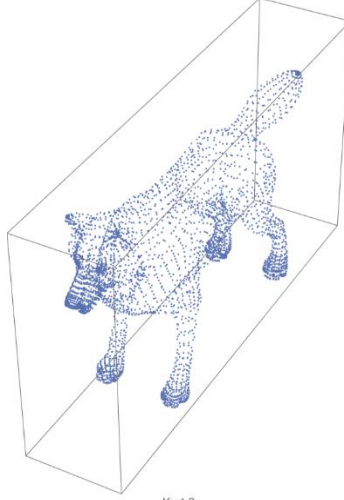


Şekil 2.2.11 – Michael modeline ait 20 nokta bulutu örneği

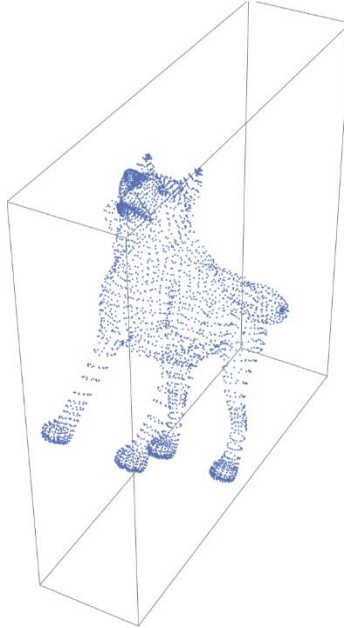


Şekil 2.2.12 – Michael modeline ait 12 nokta bulutu örneği

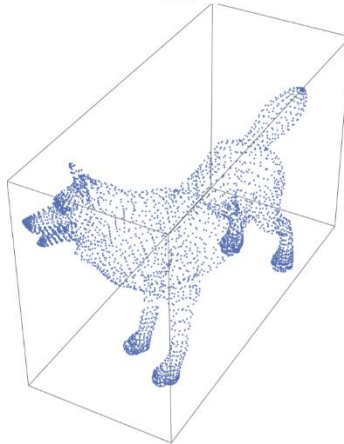
Kurt 1



Kurt 2



Kurt 3



Şekil 2.2.13 – Kurt modeline ait 3 nokta bulutu örneği

2.2.3. 3B Tarayıcılar ile elde edilen nokta bulutu örnekleri

Topolojik sınıfsal özellikler ve izometrilere için kullanılan nokta bulutu veri setlerinin yanı sıra proje çalışmamızda iPad Pro'ya ait Lidar tarayıcı, Structure Sensör ve David SLS-1 tarayıcılarının kombine kullanılarak elde edilmiş çeşitli gerçek nokta bulutu veri kümeleri de elde edilmiştir. Elde edilen 30 adet nokta bulutu kümelerinin her birinde yapısal delikler ve taramalardan kaynaklanan gürültüler bulunmaktadır. Nokta bulutlarının daha iyi anlaşılabilmesi için Şekil 2.2.14 – Şekil 2.2.33 arasında obj dosyalarına ait görüntüler sunulmaktadır. Proje süresinde gerçekleştirilen analizler 3B objelerin poligonal yüzyelerinin tepe noktalarını nokta bulutu elemanı alınması üzerinden gerçekleştirilmiştir. Doku, renk ve normal vektör alanları analizlerde kullanılmamıştır.

3B tarama ile elde edilen nokta bulutlarında taramadan kaynaklanan gürültüyü yok etmemek için herhangi bir düzleştirme işlemi yapılmamıştır. Fakat hesapsal olarak çalışmanın makulleştirilmesi için nokta bulutlarında kümelenmeler kullanılarak nokta sayısının düşürülmesi sağlanmıştır.



Şekil 2.2.14 – 3B nesne modeli 1 (NB 1)



Şekil 2.2.15 – 3B nesne modeli 2 (NB 2)



Şekil 2.2.16 – 3B nesne modeli 3 (NB 3)



Şekil 2.2.17 – 3B nesne modeli 4 (NB 4)



Şekil 2.2.18 – 3B nesne modeli 5 (NB 5)



Şekil 2.2.19 – 3B nesne modeli 6 (NB 6)



Şekil 2.2.20 – 3B nesne modeli 7 (NB 7)



Şekil 2.2.21 – 3B nesne modeli 8 (NB 8)



Şekil 2.2.22 – 3B nesne modeli 9 (NB 9)



Şekil 2.2.23 – 3B nesne modeli 10 (NB 10)



Şekil 2.2.24 – 3B nesne modeli 11 (NB 11)



Şekil 2.2.25 – 3B nesne modeli 12 (NB 12)



Şekil 2.2.26 – 3B nesne modeli 13 (NB 13)



Şekil 2.2.27 – 3B nesne modeli 14 (NB 14)



Şekil 2.2.28 – 3B nesne modeli 15 (NB 15)



Şekil 2.2.29 – 3B nesne modeli 16 (NB 16)



Şekil 2.2.30 – 3B nesne modeli 17 (NB 17)



Şekil 2.2.31 – 3B nesne modeli 18 (NB 18)



Şekil 2.2.32 – 3B nesne modeli 19 (NB 19)



Şekil 2.2.33 – 3B nesne modeli 20 (NB 20)



Şekil 2.2.34 – 3B nesne modeli 21 (NB 21)



Şekil 2.2.35 – 3B nesne modeli 22 (NB 22)



Şekil 2.2.36 – 3B nesne modeli 23 (NB 23)



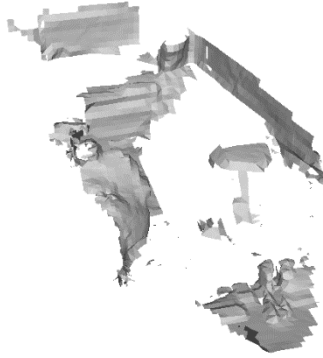
Şekil 2.2.37 – 3B nesne modeli 24 (NB 24)



Şekil 2.2.38 – 3B nesne modeli 25 (NB 25)



Şekil 2.2.39 – 3B nesne modeli 26 (NB 26)



Şekil 2.2.40 – 3B nesne modeli 27 (NB 27)



Şekil 2.2.41 – 3B nesne modeli 28 (NB 28)



Şekil 2.2.42 – 3B nesne modeli 29 (NB 29)



Şekil 2.2.43 – 3B nesne modeli 30 (NB 30)

3. BULGULAR

Proje çalışmasında ele alınan nokta bulutu veri kümeleri üzerinde 4 farklı simpleks kompleksleri oluşturulmuş ve bu komplekslerin 1-iskeletleri üzerinden graflar elde edilmiştir. Bu bölümde her bir veri grubu için elde edilen graflar ve veri alt gruplarına ait

$$k_J(G_1, G_2)$$

$$= \frac{W_1 \left(\bigcup_{i=1}^{|V_1|} f_c(u_i, \alpha_1, \kappa_1), \bigcup_{j=1}^{|V_2|} f_c(u_j, \alpha_2, \kappa_2) \right)}{W_1 \left(\bigcup_{i=1}^{|V_1|} f_A(u_i, \alpha_1, \kappa_1), \bigcup_{j=1}^{|V_2|} f_A(u_j, \alpha_2, \kappa_2) \right)}$$

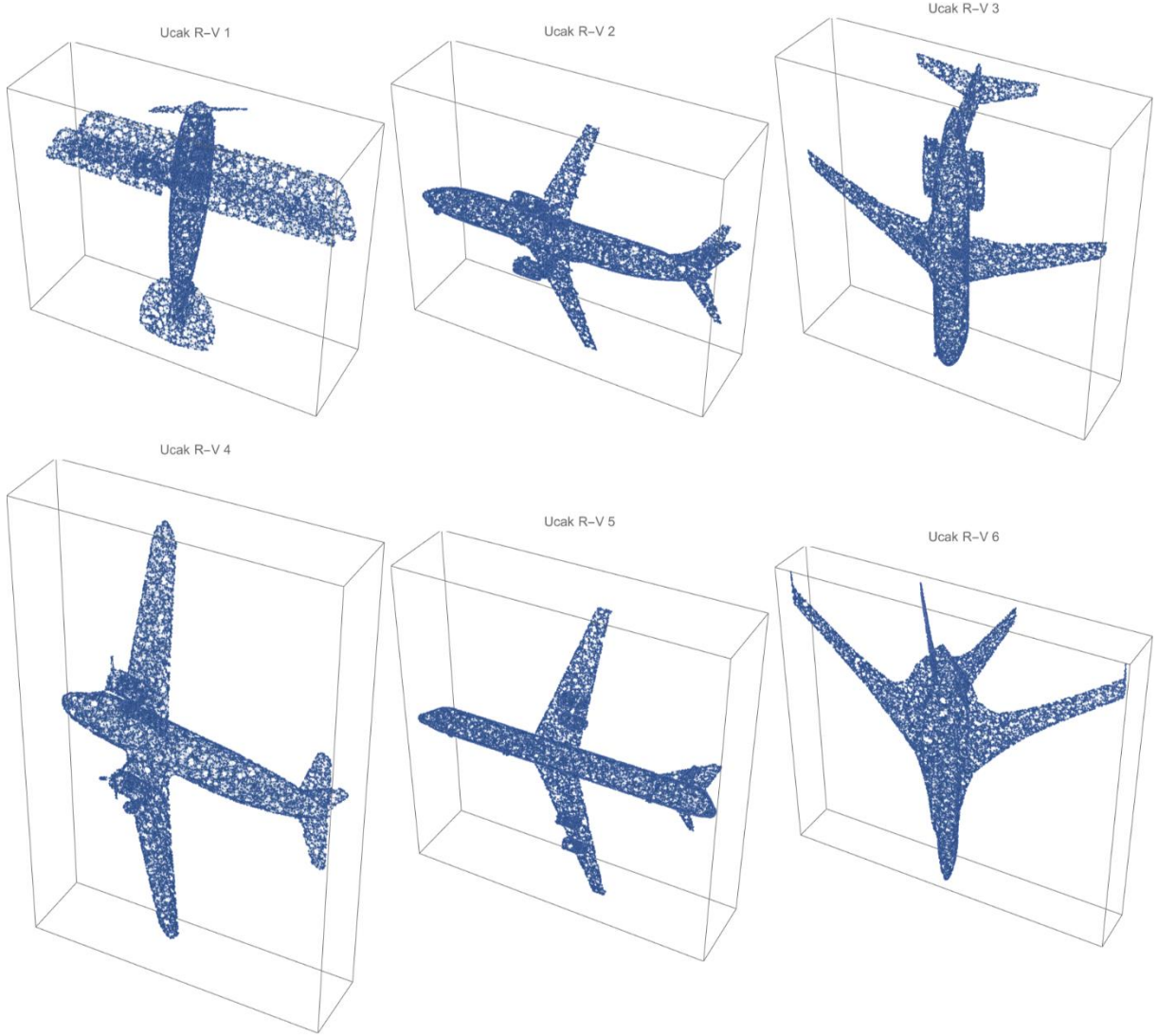
çekirdek fonksiyonu ile elde edilmiş çekirdek matrisleri sunulmaktadır.

Proje çalışmasında analiz edilen nokta bulutları en az 10000 tepeye sahip olduğundan dolayı simpleks kompleksleri içerisinde Rips-Vietoris kompleksinin elde edilmesinde hesapsal zaman açısından makul bir çözüme sahip değildir. Bu sebepten ötürü Rips-Vietoris kompleksinin 1-iskeletine ait analiz sonuçları sadece 1 örneklem kümesi üzerinden verilmiştir.

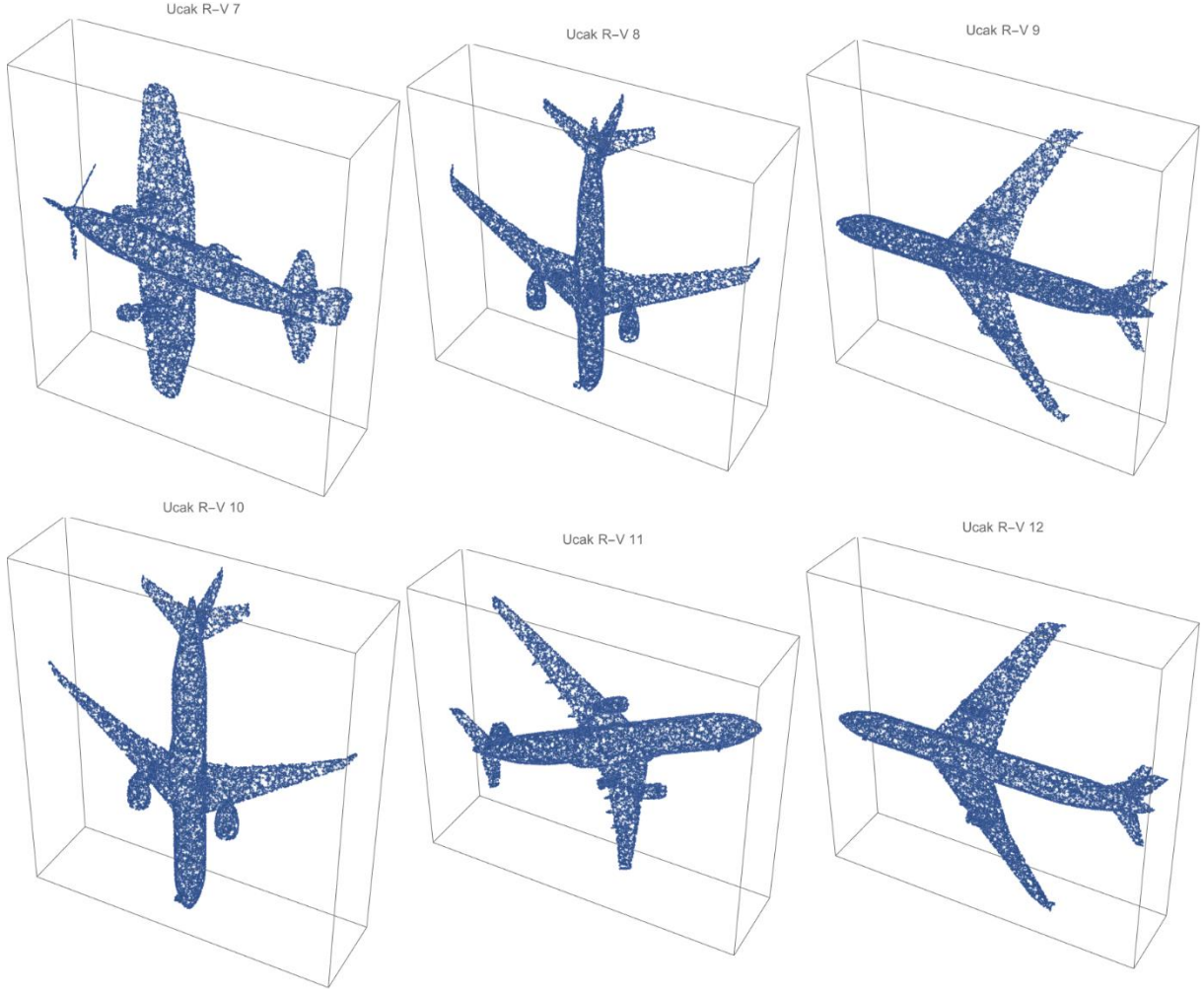
Bölüm 2.2'de sunulan her nokta bulutu örneği için Delaunay, Cech ve Tanık kompleksleri makul süreler içerisinde elde edilmiş ve bu bölümde her birine ait detaylı sonuçlar sunulmuştur.

3.1. RIPS-VIETORIS KOMPLEKSİNE AİT SONUÇLAR

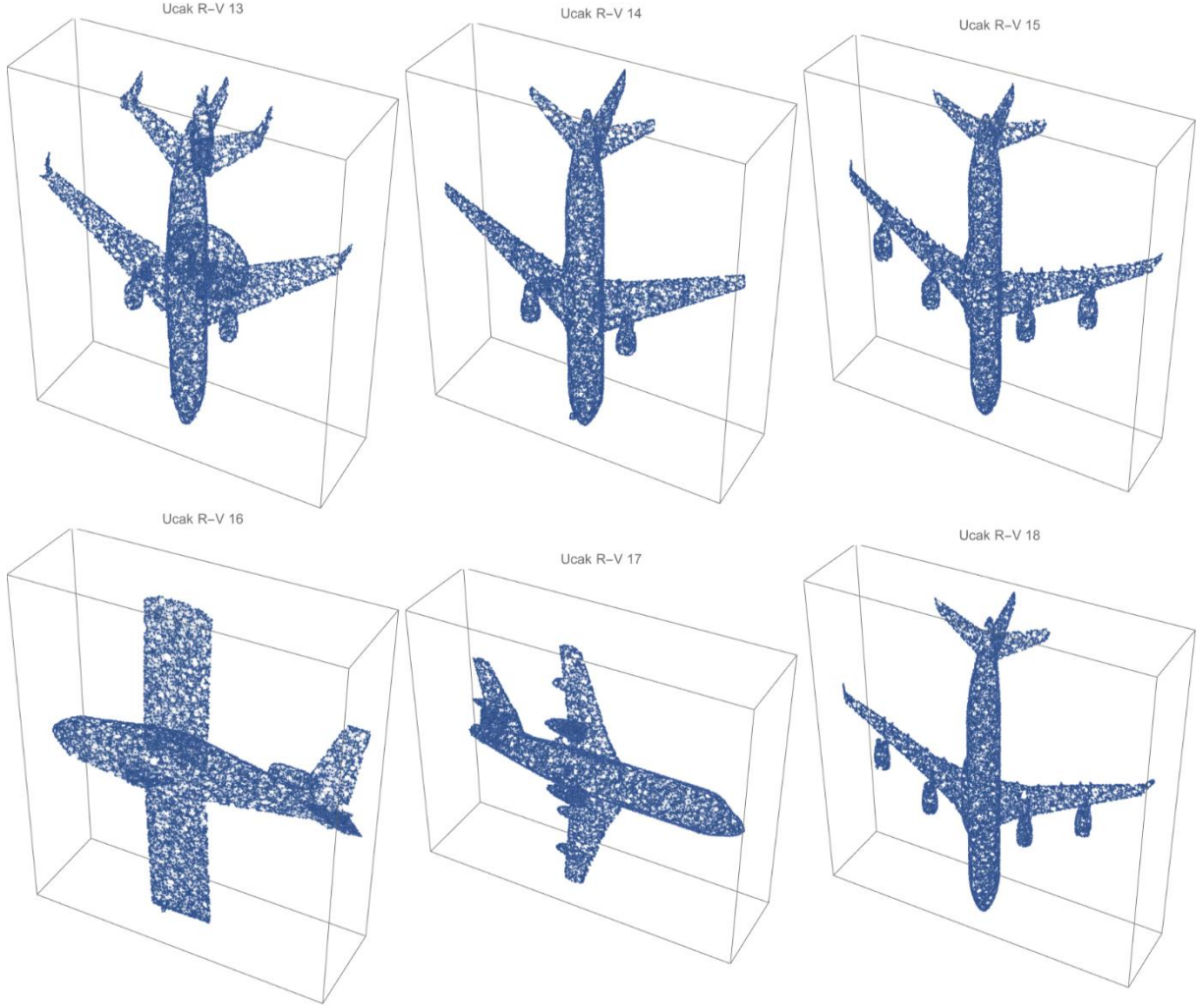
Hesapsal zaman bağlamında makul bir çözüme sahip olmayan bu yöntem için Bölüm 2.2.1'de tanımlanan uçak modeline ait 30 farklı örneklem ele alınmıştır. Bu nokta bulutlarından elde edilen Rips-Vietoris kompleksinin 1-iskeletleri Şekil 3.1-Şekil 3.5'de verilmiştir.



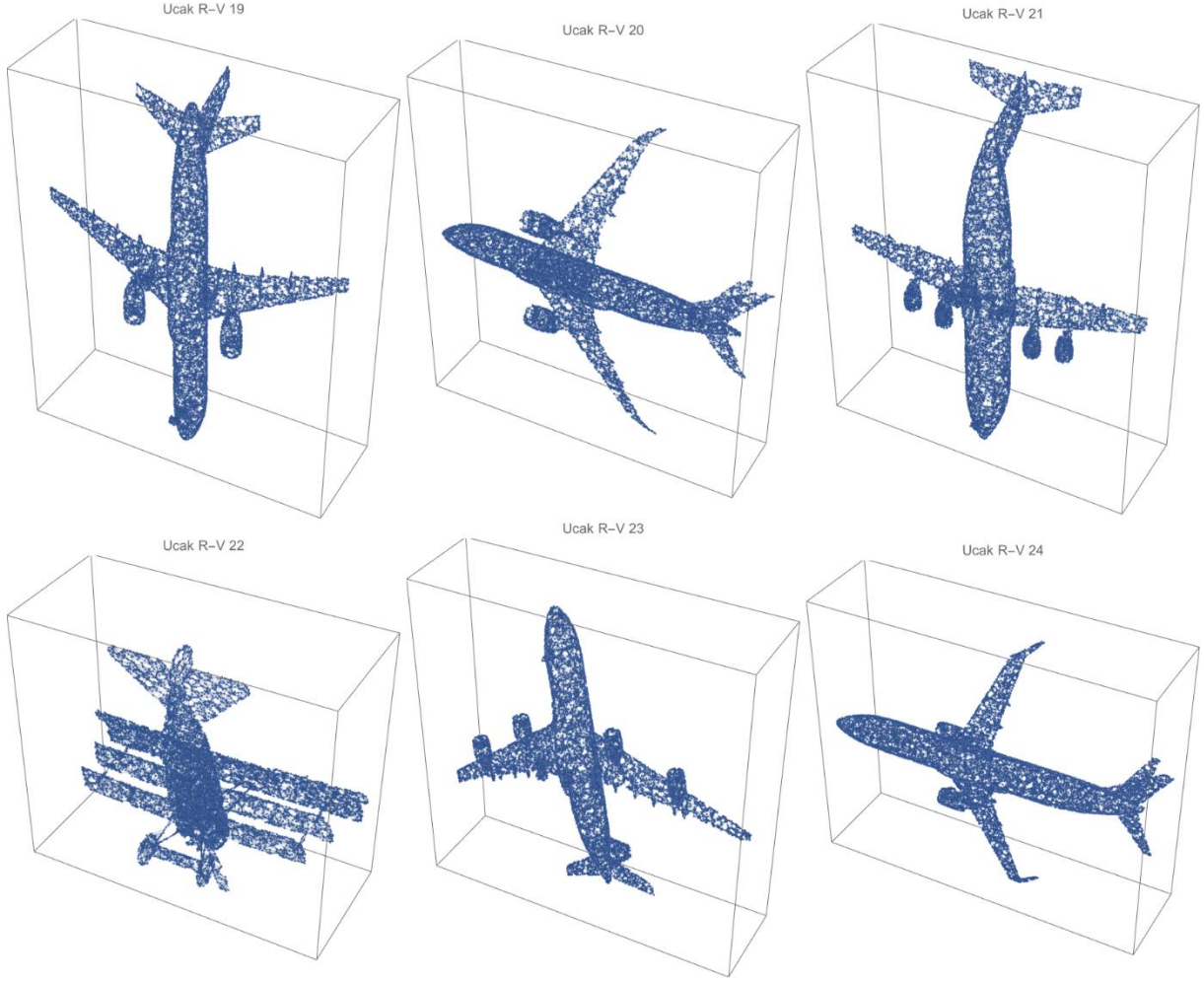
Şekil 3.1 – Uçak modeline ait Rips-Vietoris 1-iskeletleri (R-V 1-6)



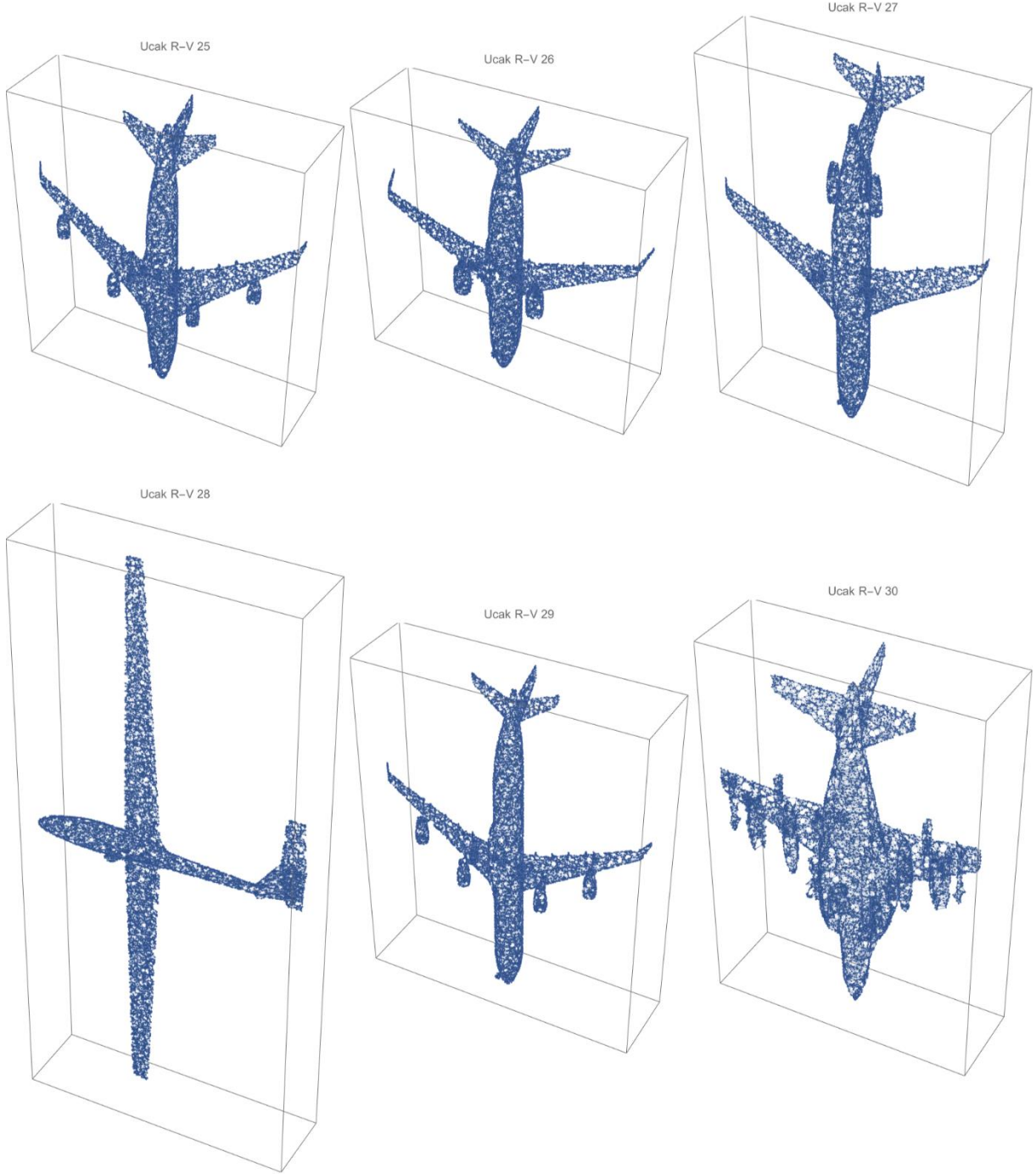
Şekil 3.2 – Uçak modeline ait Rips-Victoris 1-iskeletleri (R-V 7-12)



Şekil 3.3 – Uçak modeline ait Rips-Vietoris 1-iskeletleri (R-V 13-18)

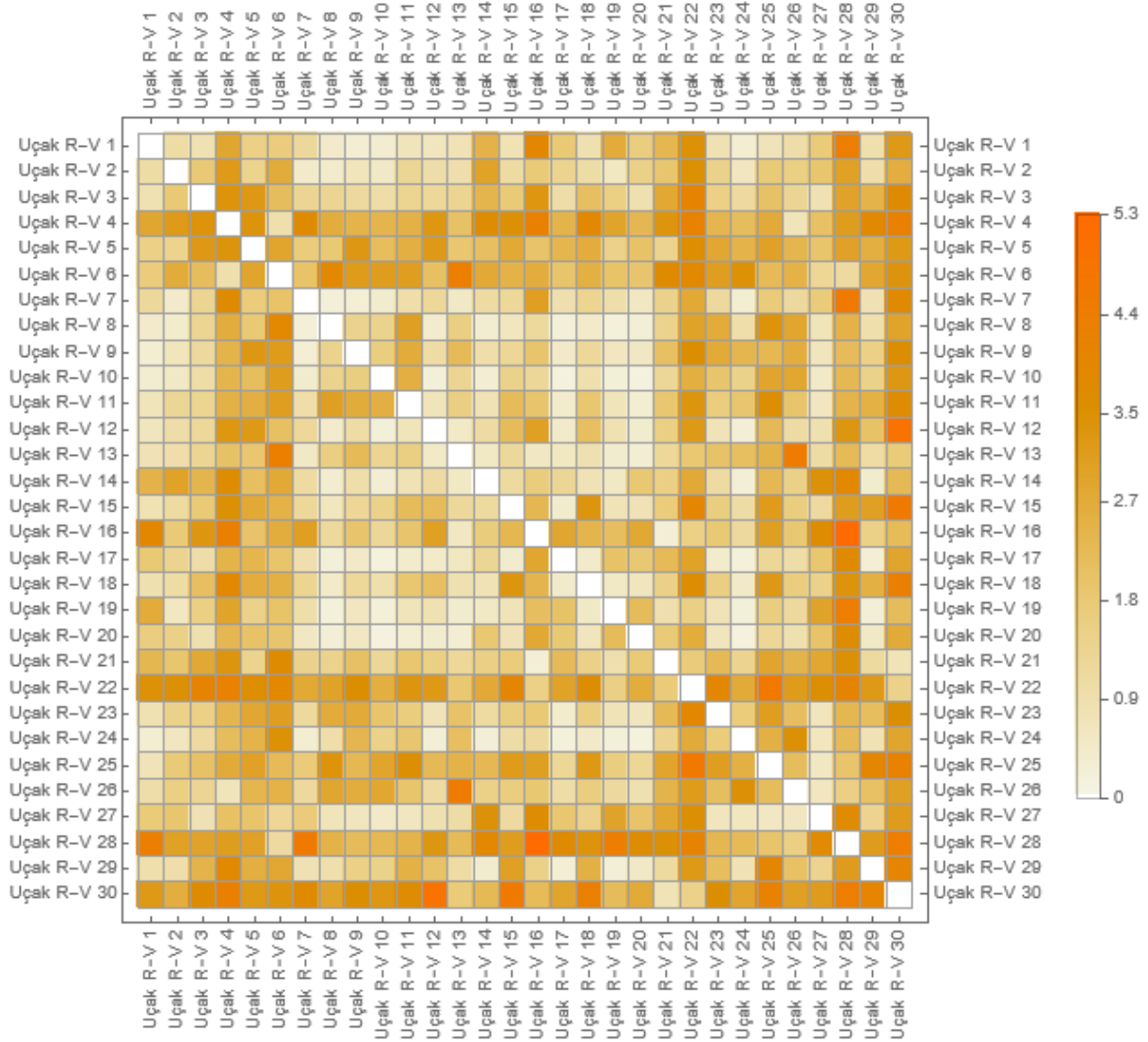


Şekil 3.4 – Uçak modeline ait Rips-Vietoris 1-iskeletleri (R-V 19-24)



Şekil 3.5 – Uçak modeline ait Rips-Vietoris 1-iskeletleri (R-V 25-30)

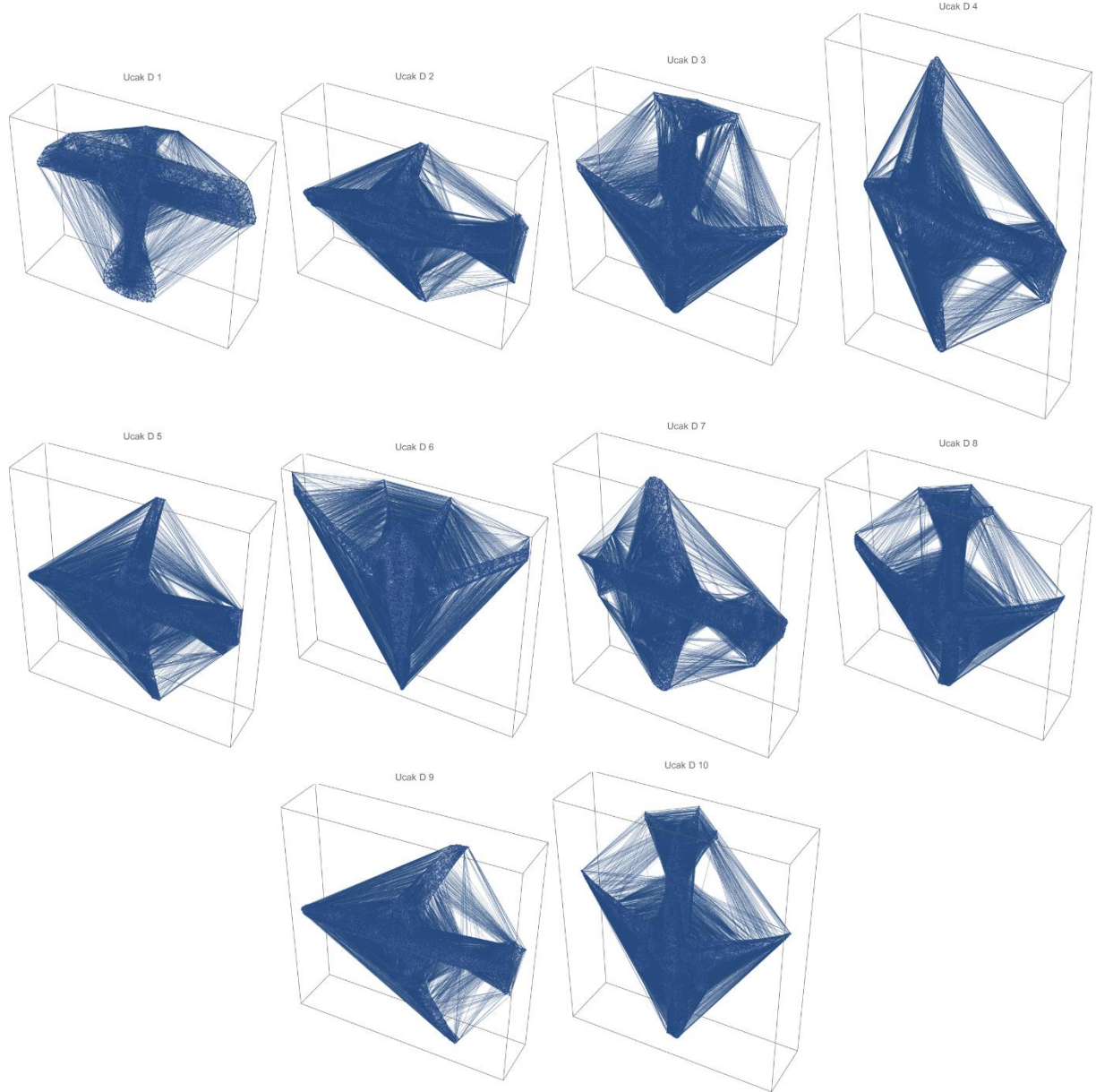
Bu 30 model için çekirdek fonksiyonu kullanılarak elde edilmiş çekirdek matrisi Şekil 3.6.'da verilmiştir.



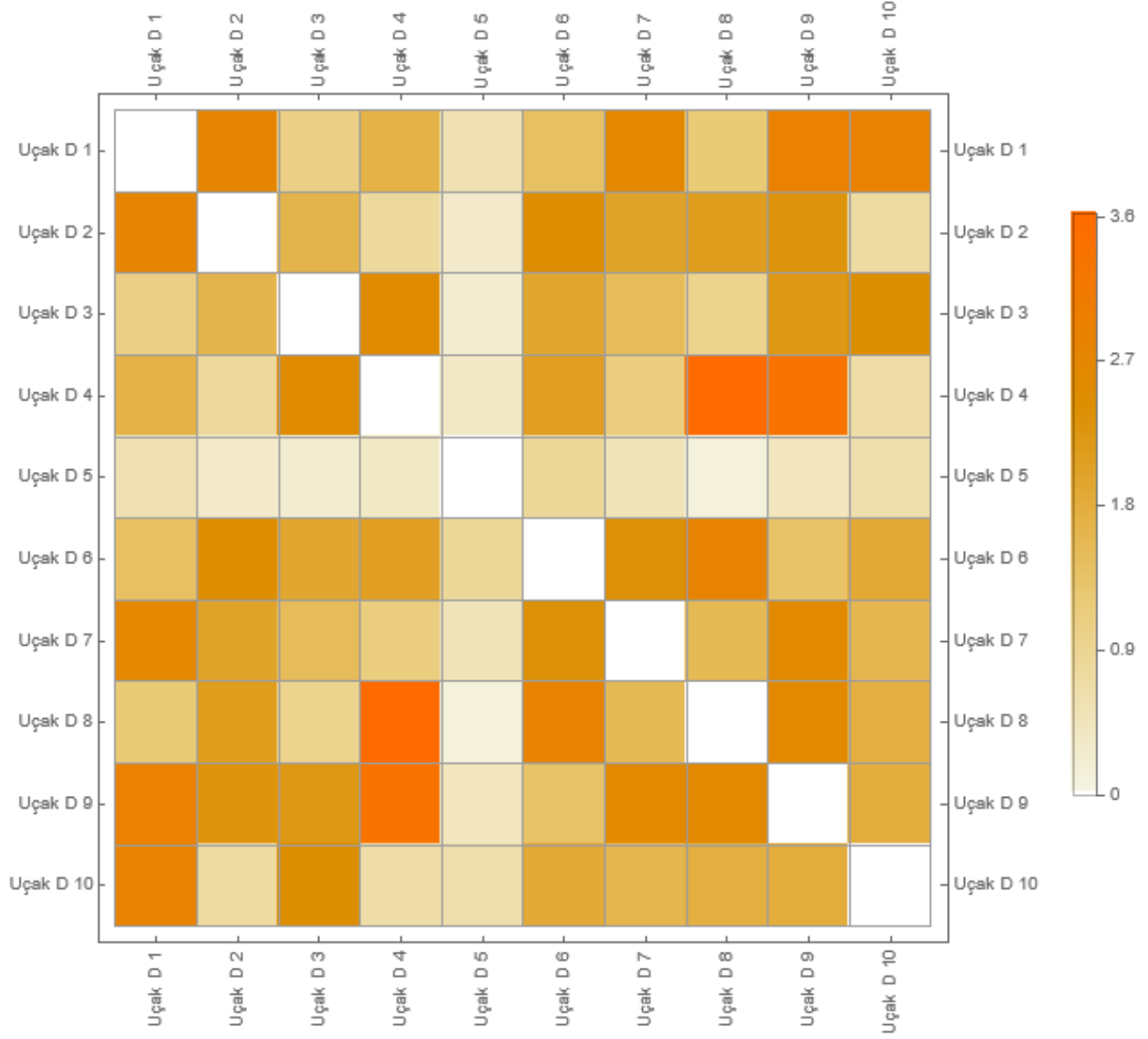
Şekil 3.6 – Uçak modelleri için Rips-Vietoris komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi

3.2. PRINCETON MODELNET VERİ SETİNE AİT SONUÇLAR

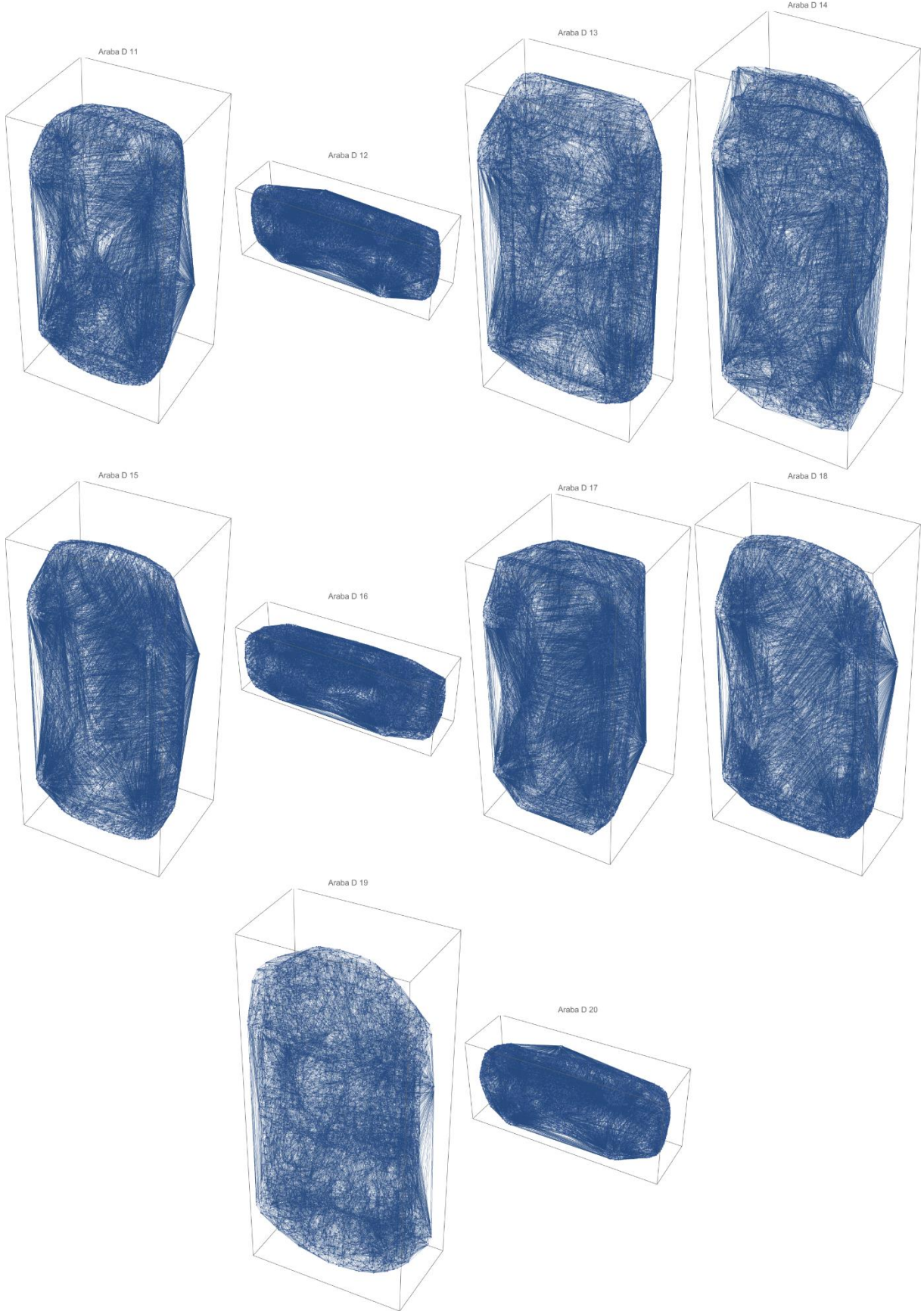
Princeton ModelNet veri seti içerisinde elde edilmiş Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri ve her bir iskelet sınıfına ait çekirdek matrisleri Şekil 3.7- Şekil 3.16 arasında verilmiştir.



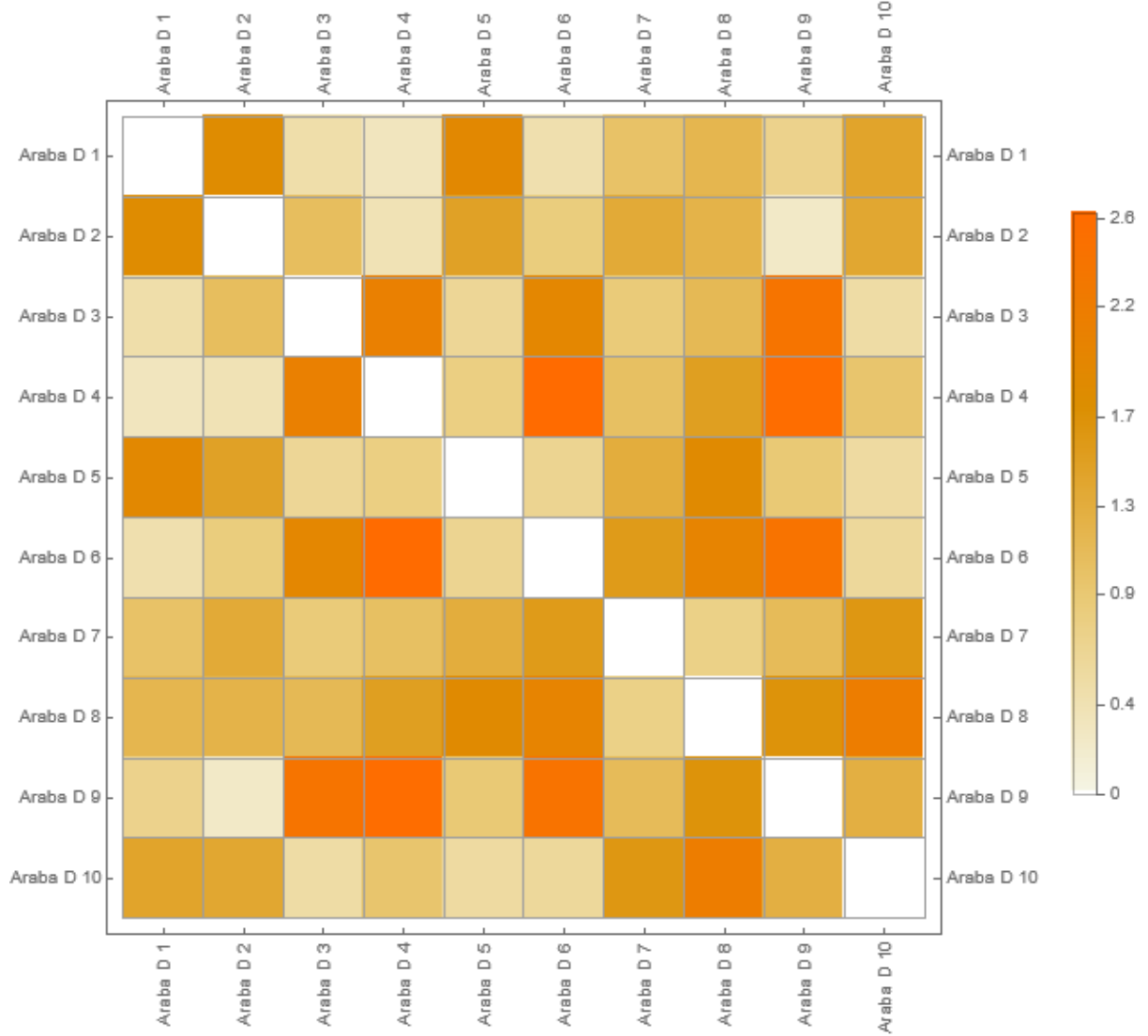
Şekil 3.7 – Uçak modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



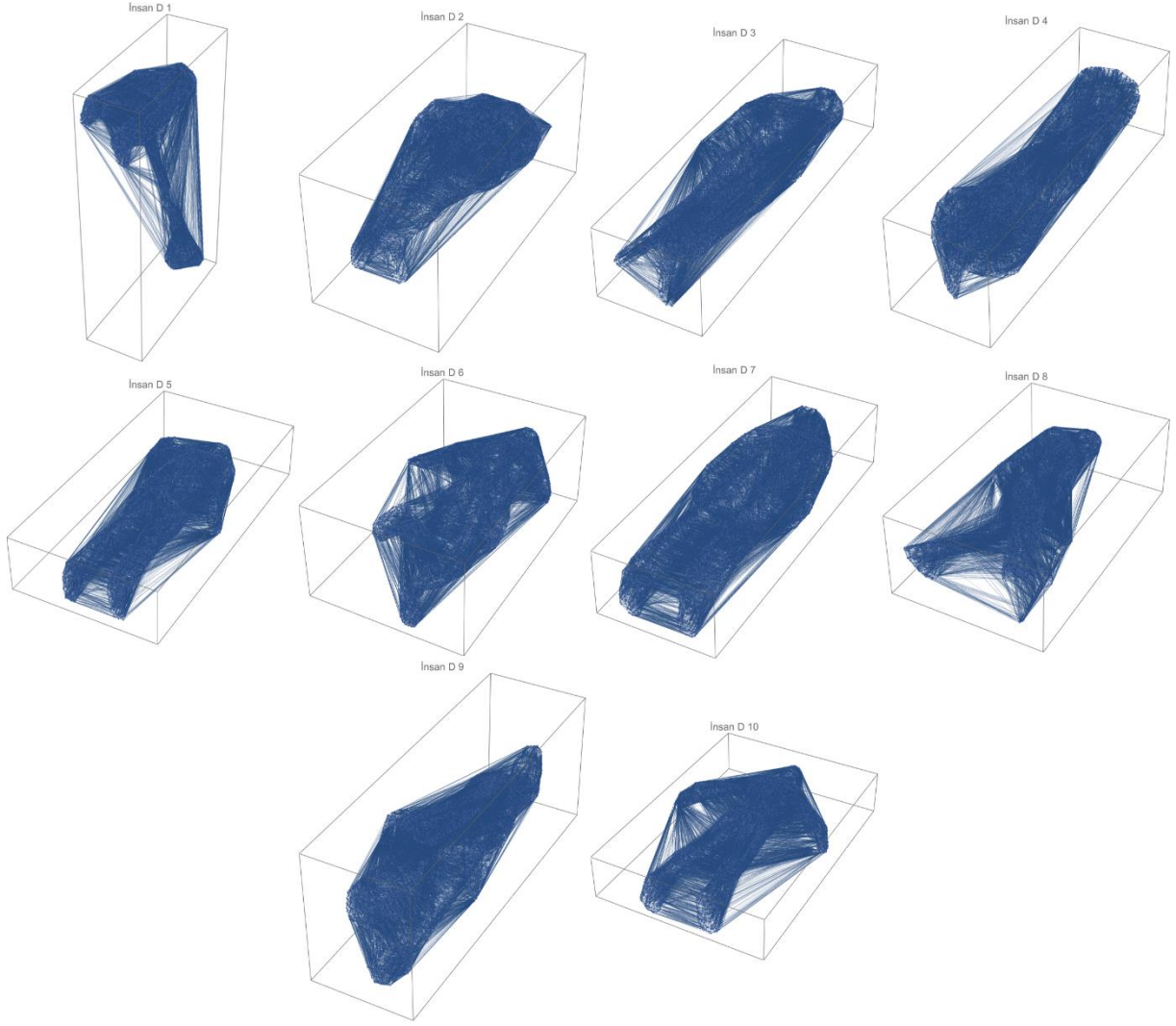
Şekil 3.8 – Uçak modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



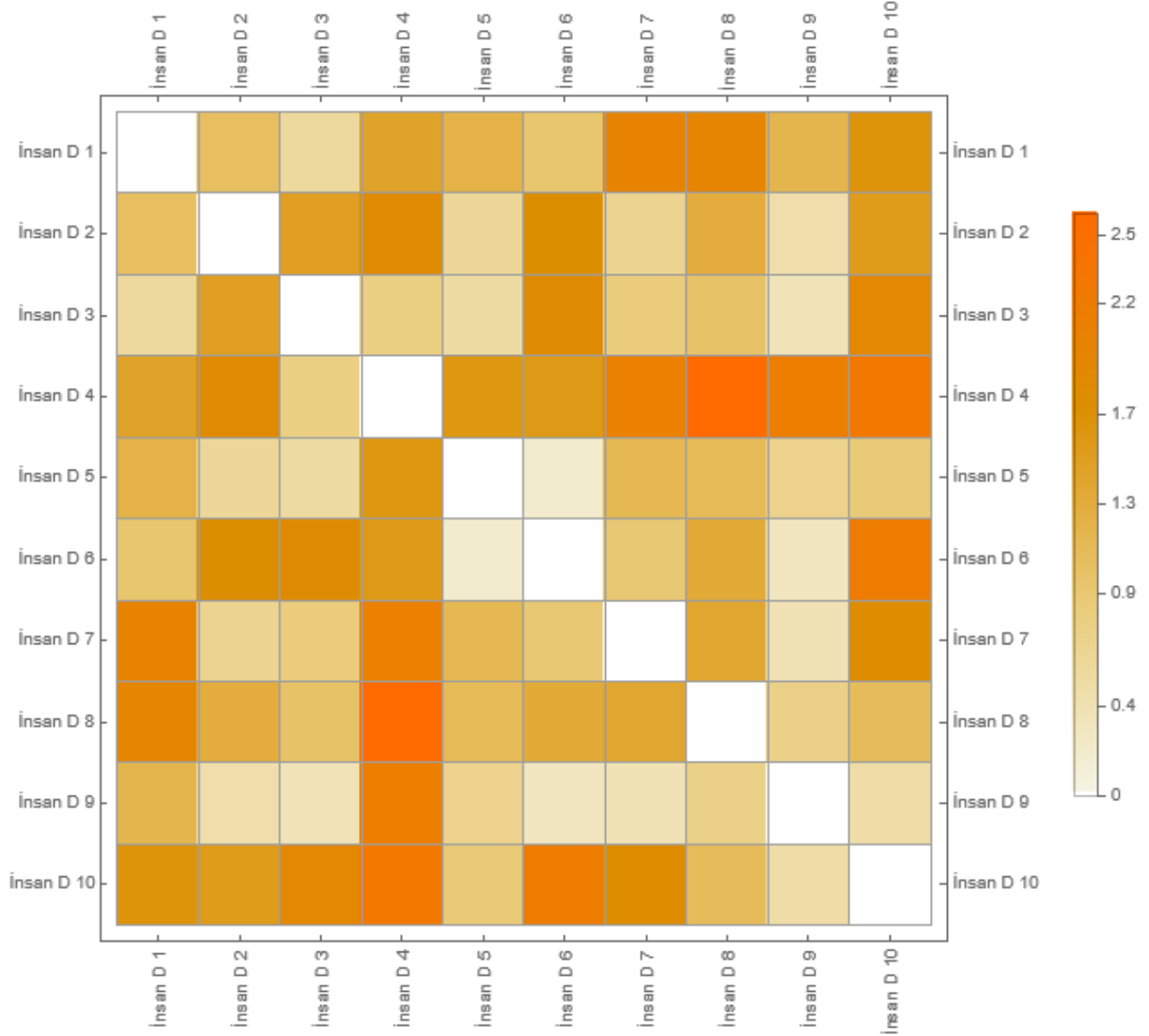
Şekil 3.9 – Araba modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



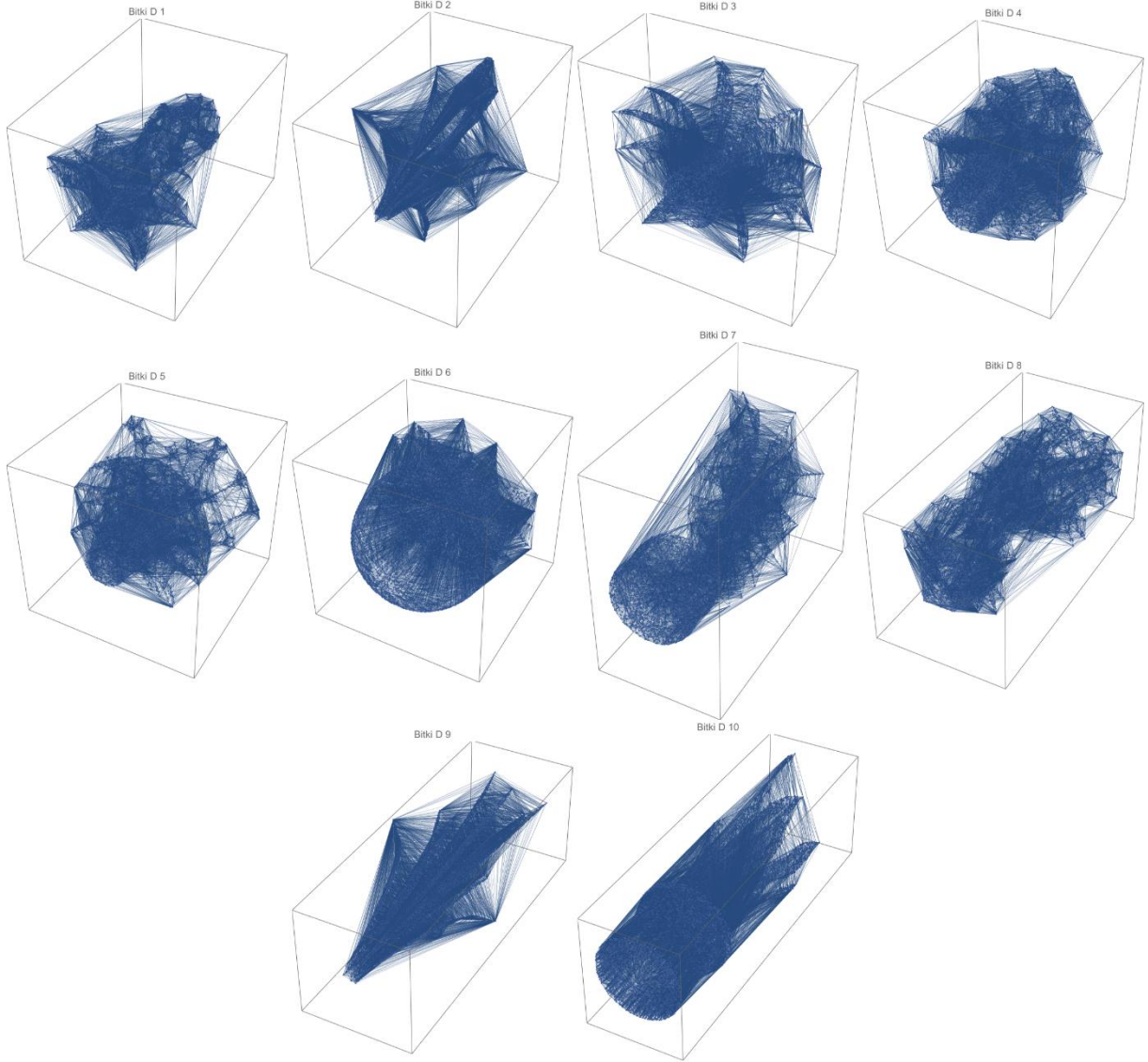
Şekil 3.10 – Araba modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



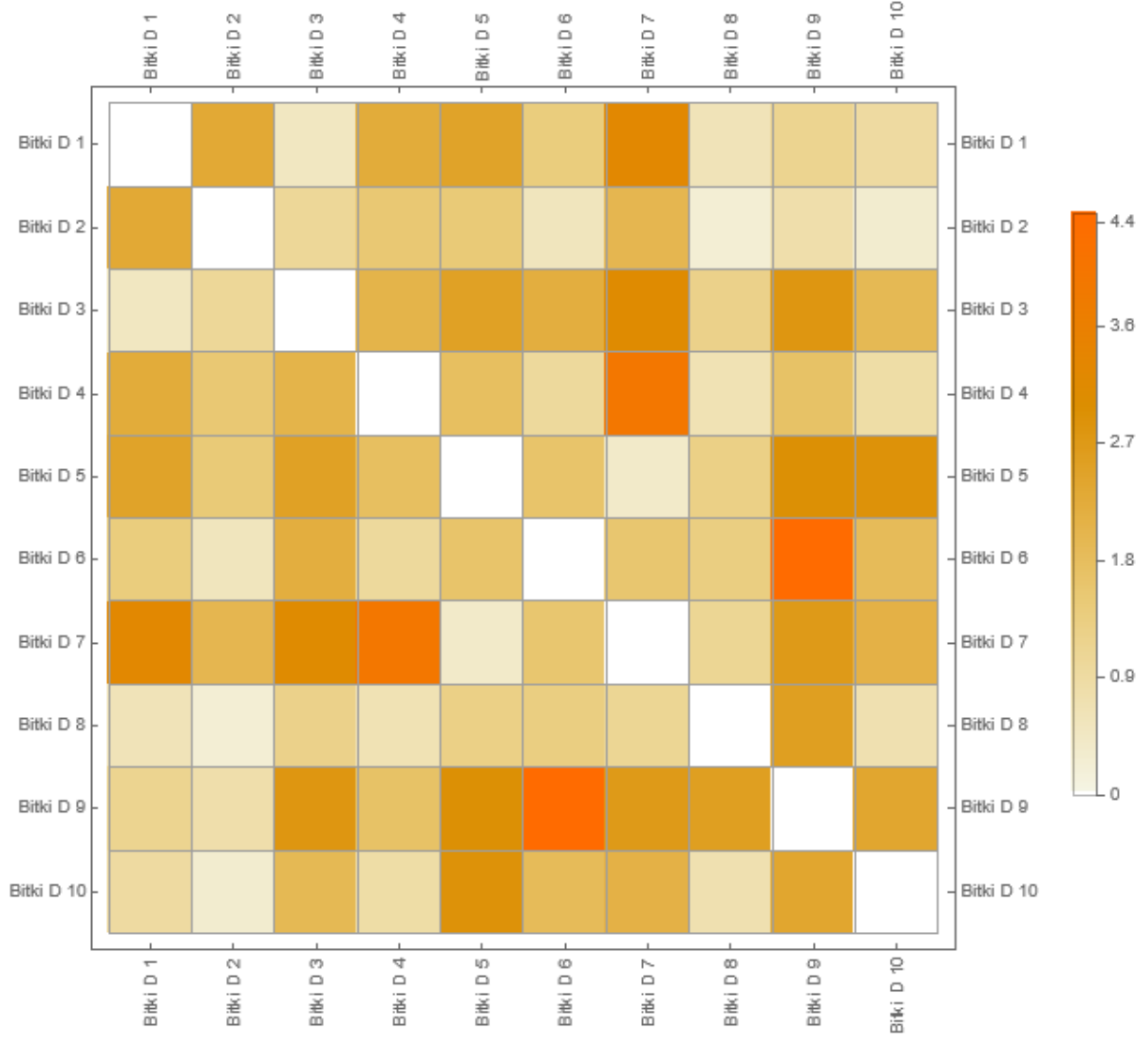
Şekil 3.11 – İnsan modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



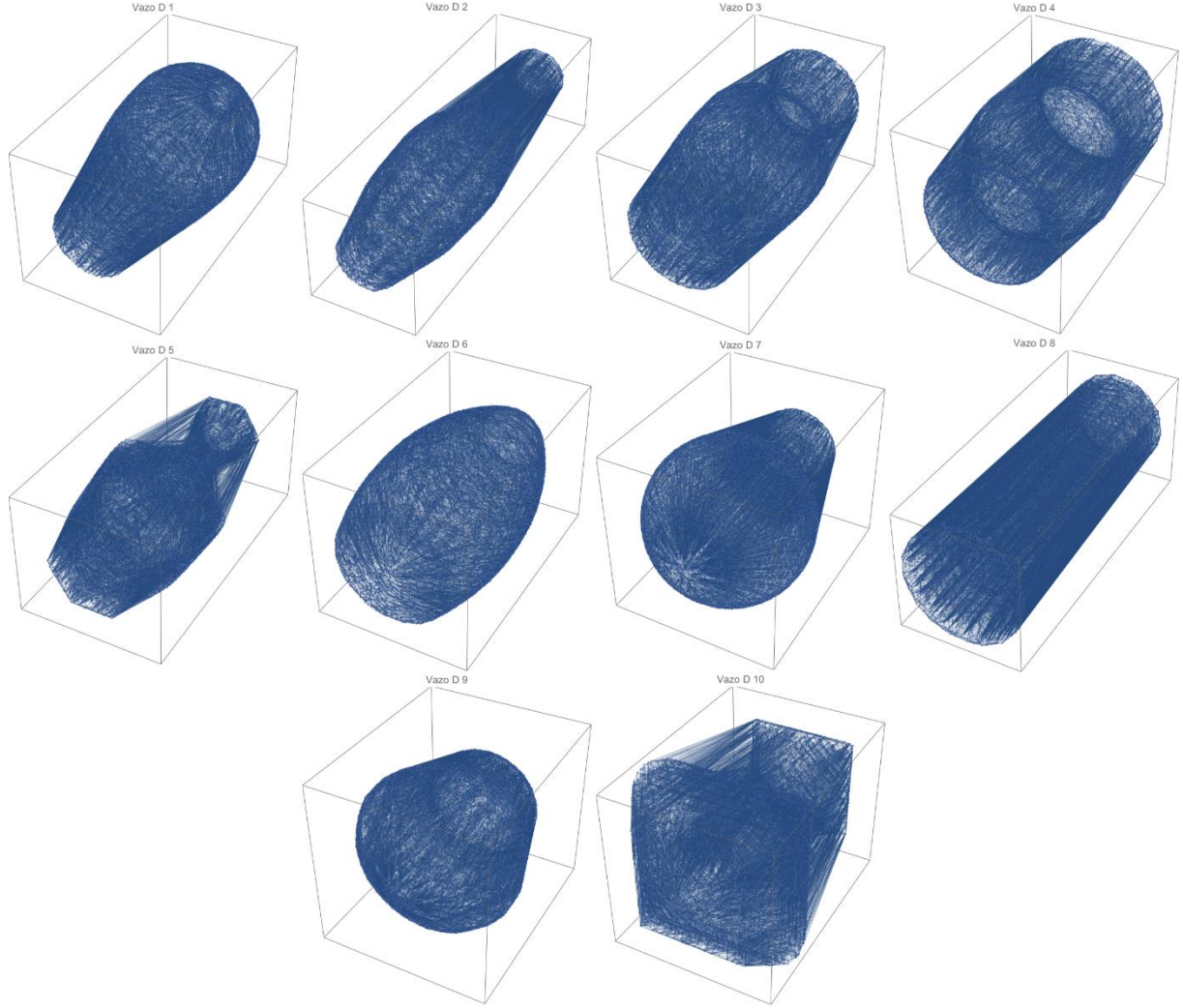
Şekil 3.12 – İnsan modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



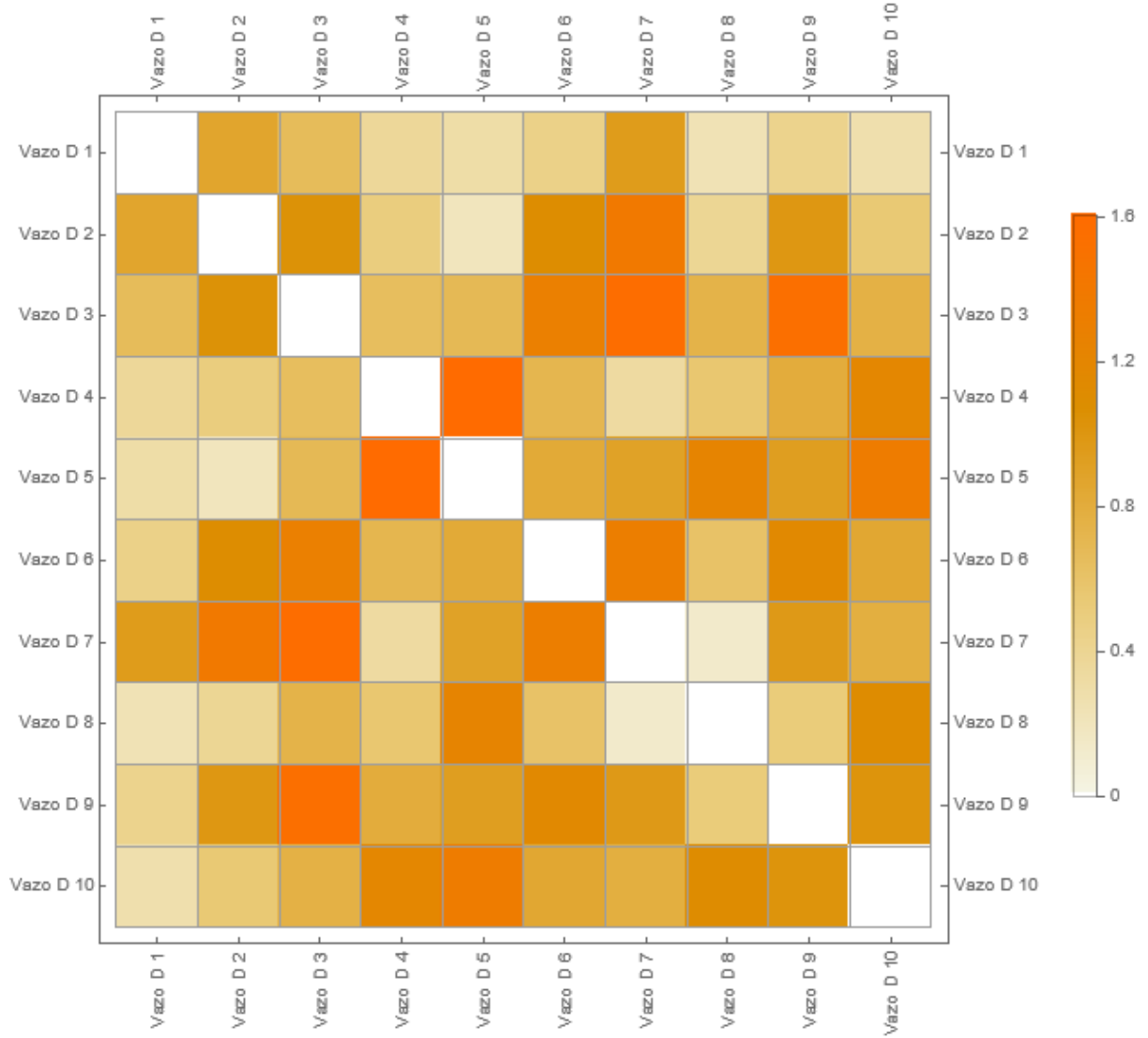
Şekil 3.13 – Bitki modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



Şekil 3.14 – Bitki modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi

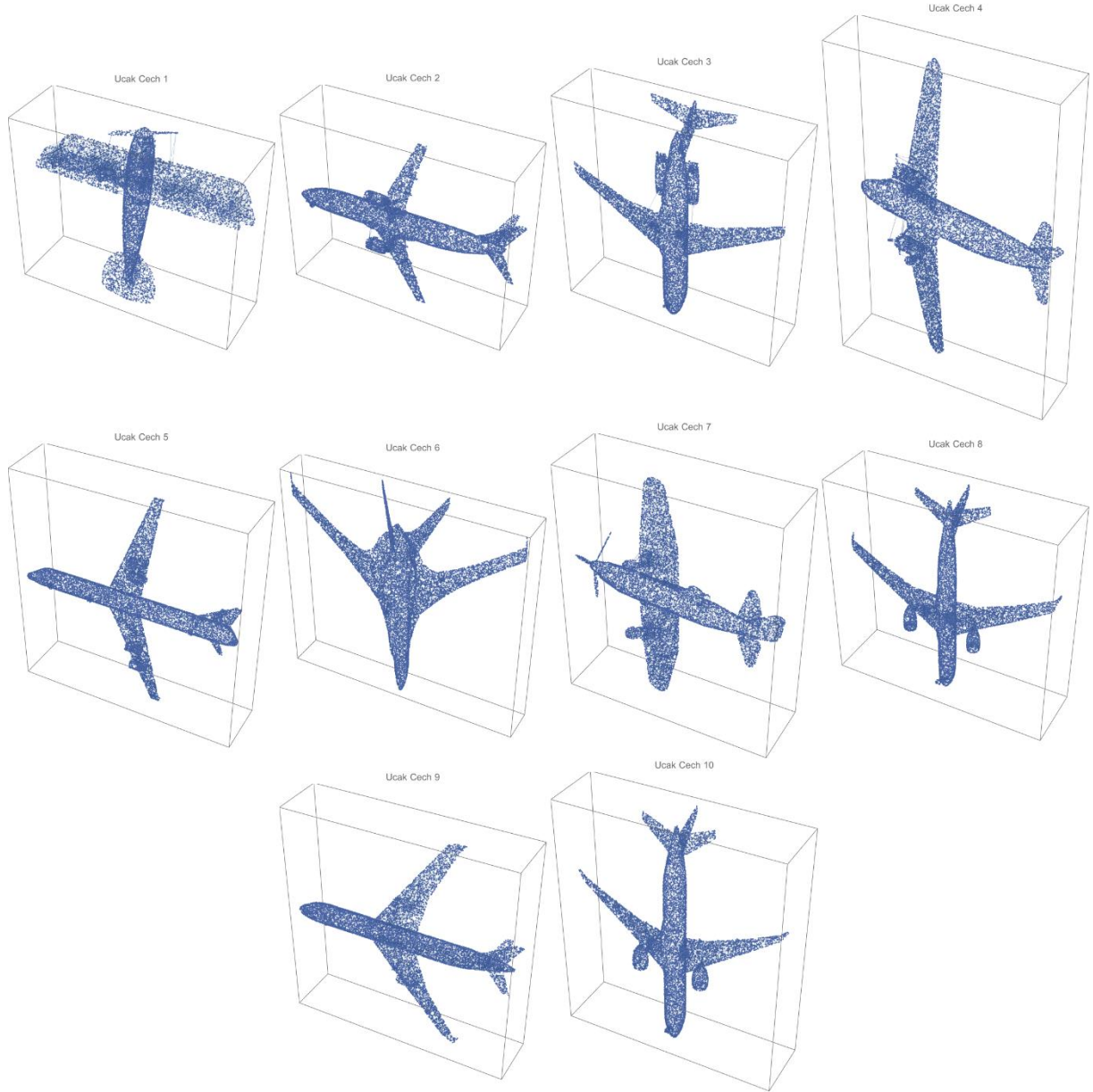


Şekil 3.15 – Bitki modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri

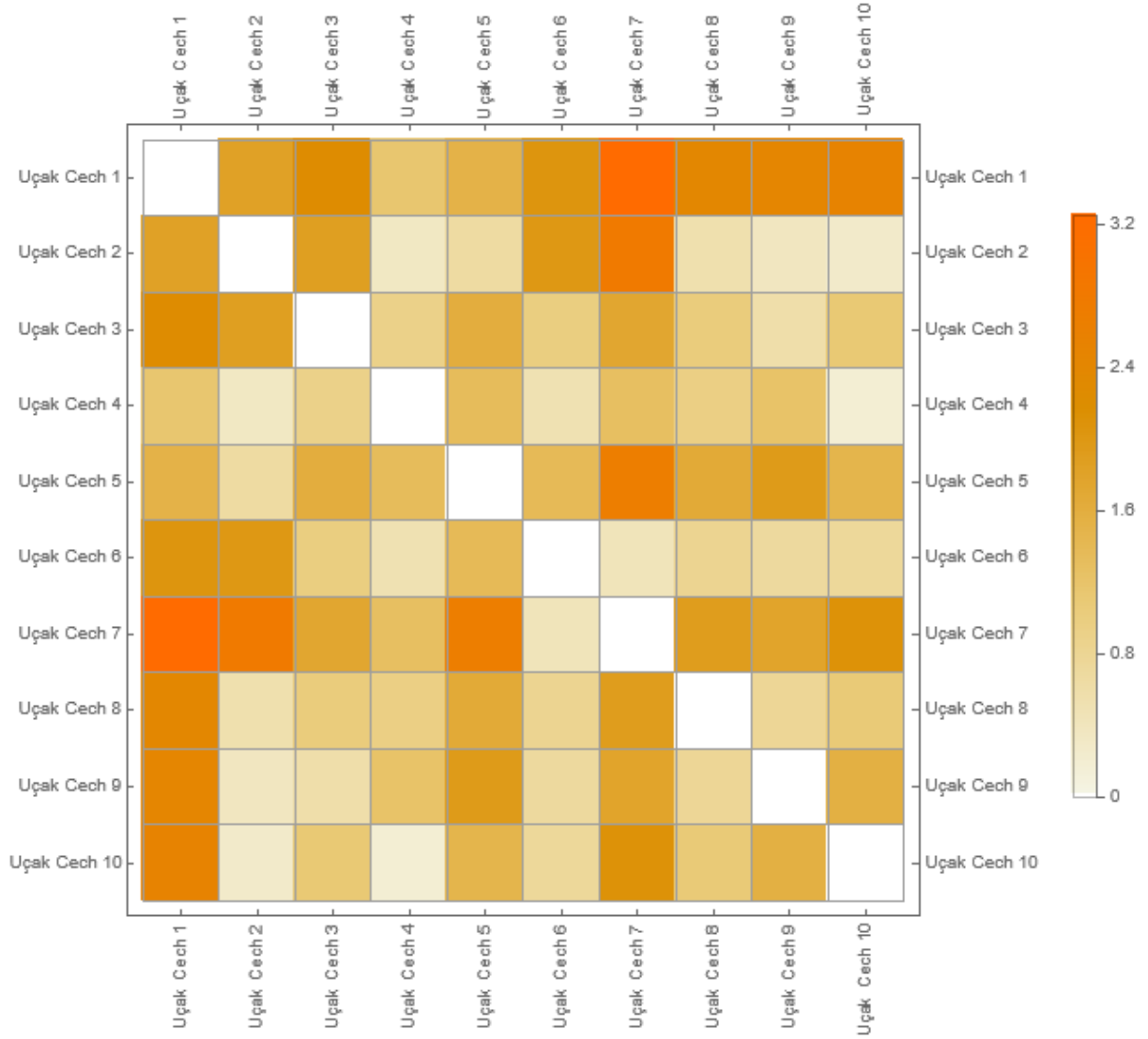


Şekil 3.16 – Vazo modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi

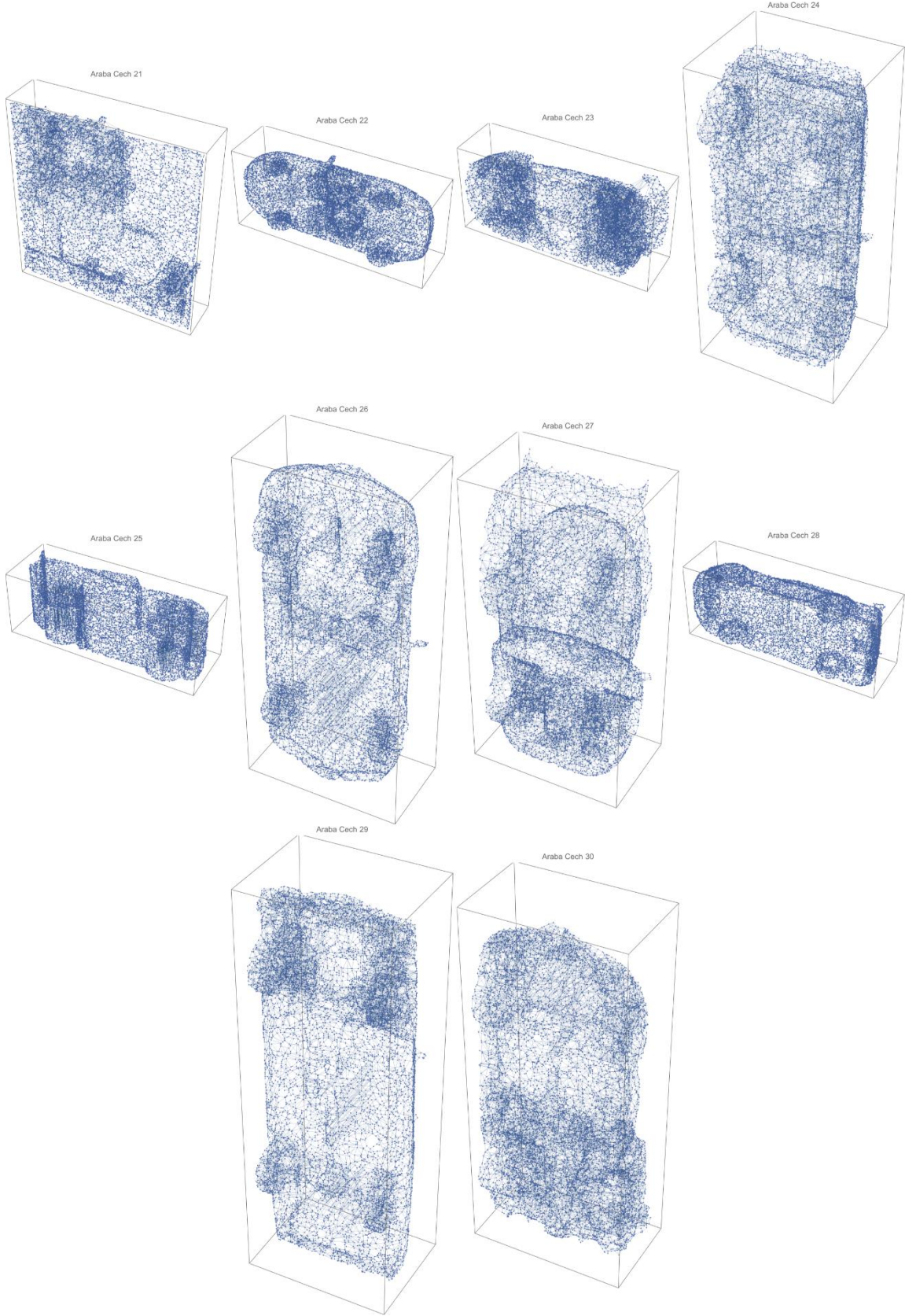
Princeton ModelNet veri seti içerisinde elde edilmiş Cech komplekslerinin 1-iskeletleri ve her bir iskelet sınıfına ait çekirdek matrisleri Şekil 3.17- Şekil 3.26 arasında verilmiştir.



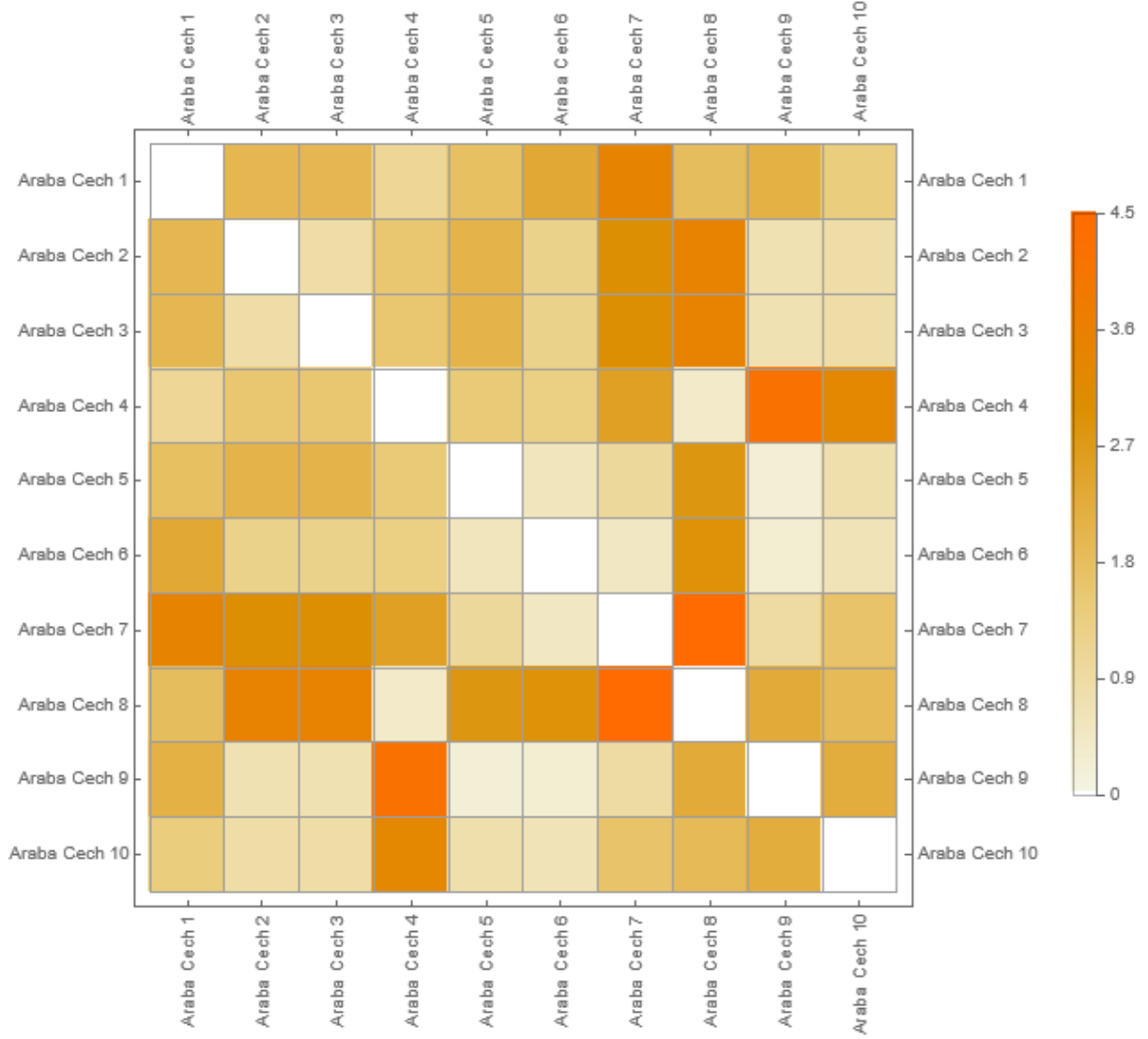
Şekil 3.17 – Uçak modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



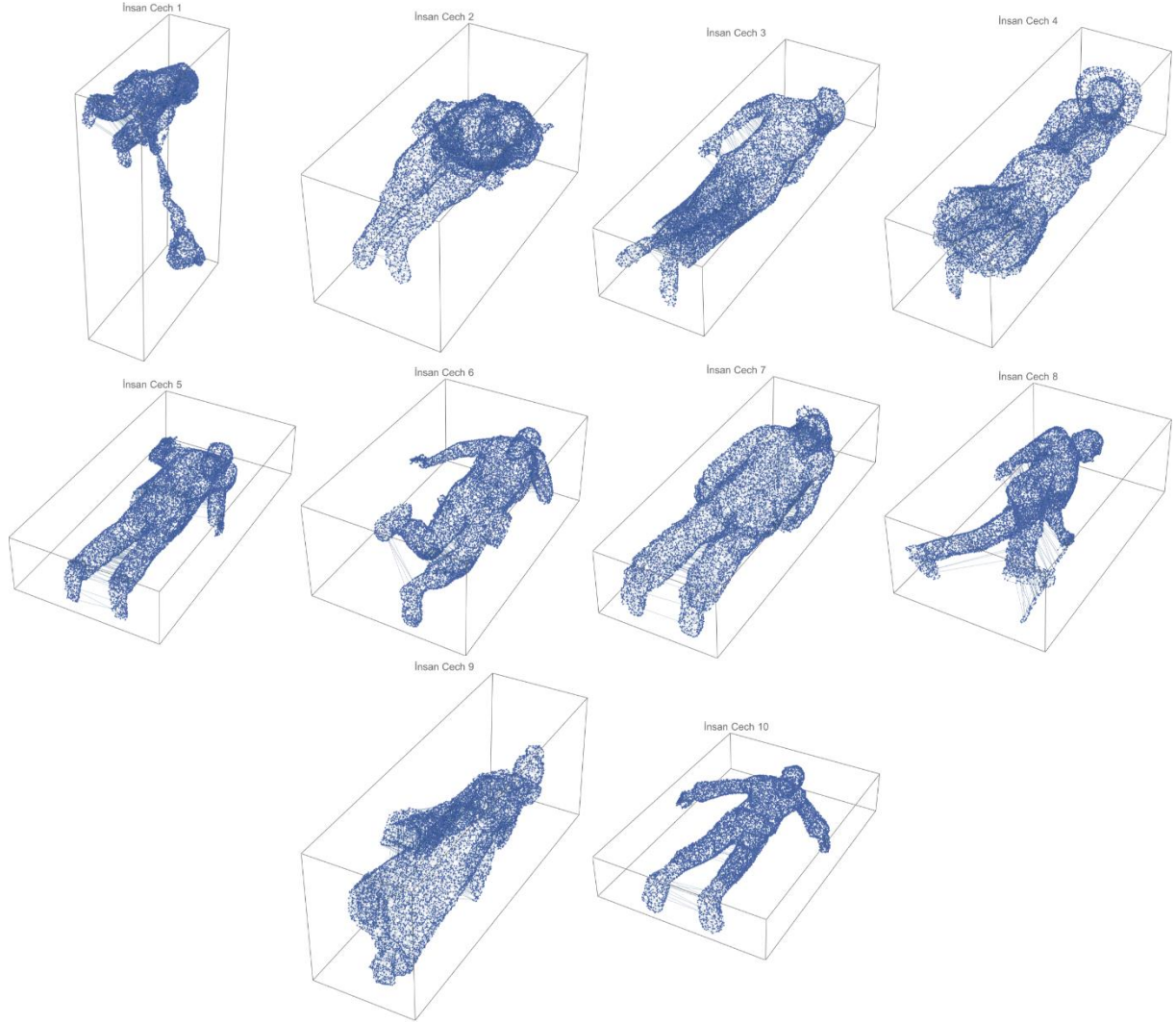
Şekil 3.18 – Uçak modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



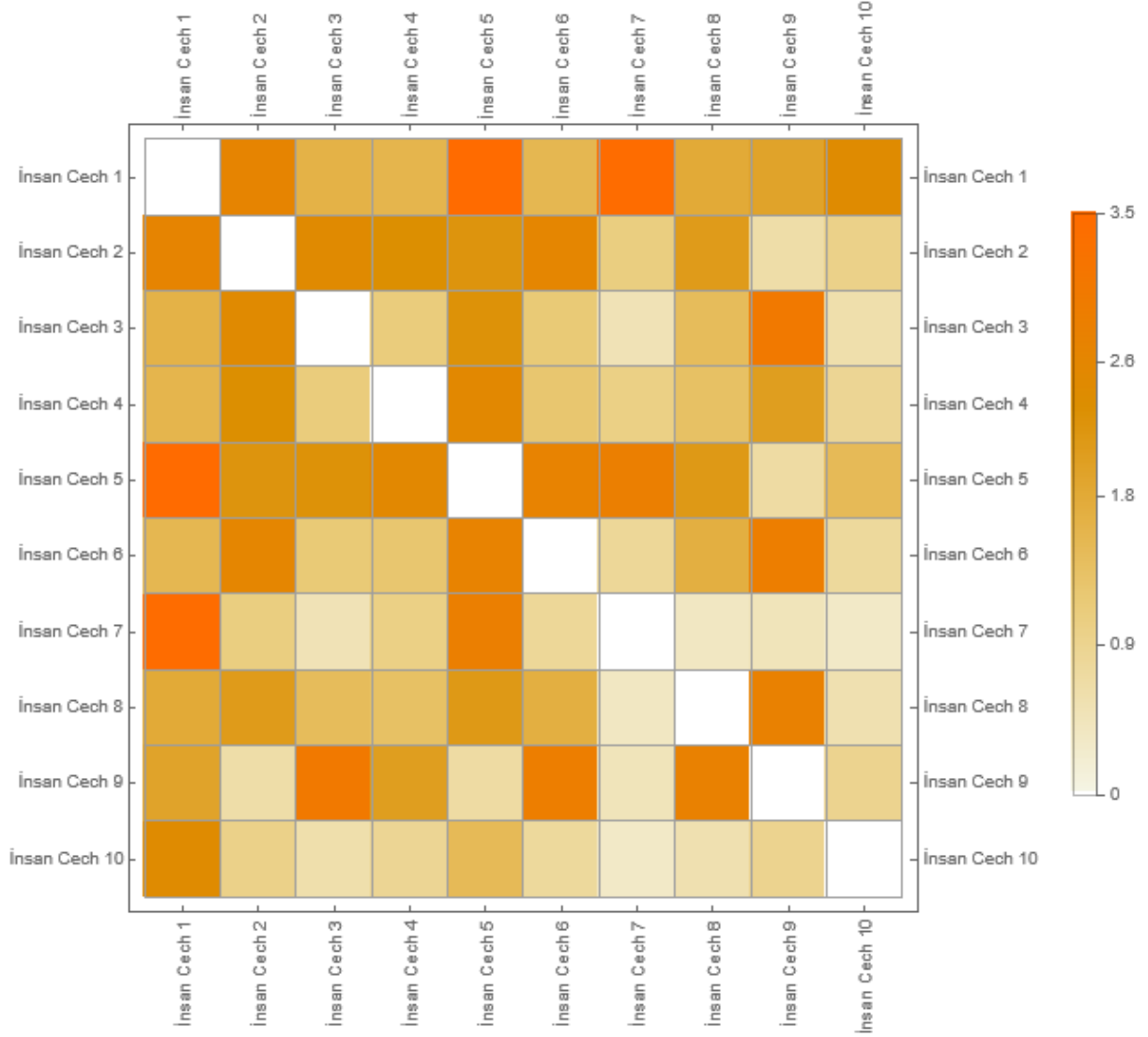
Şekil 3.19 – Araba modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



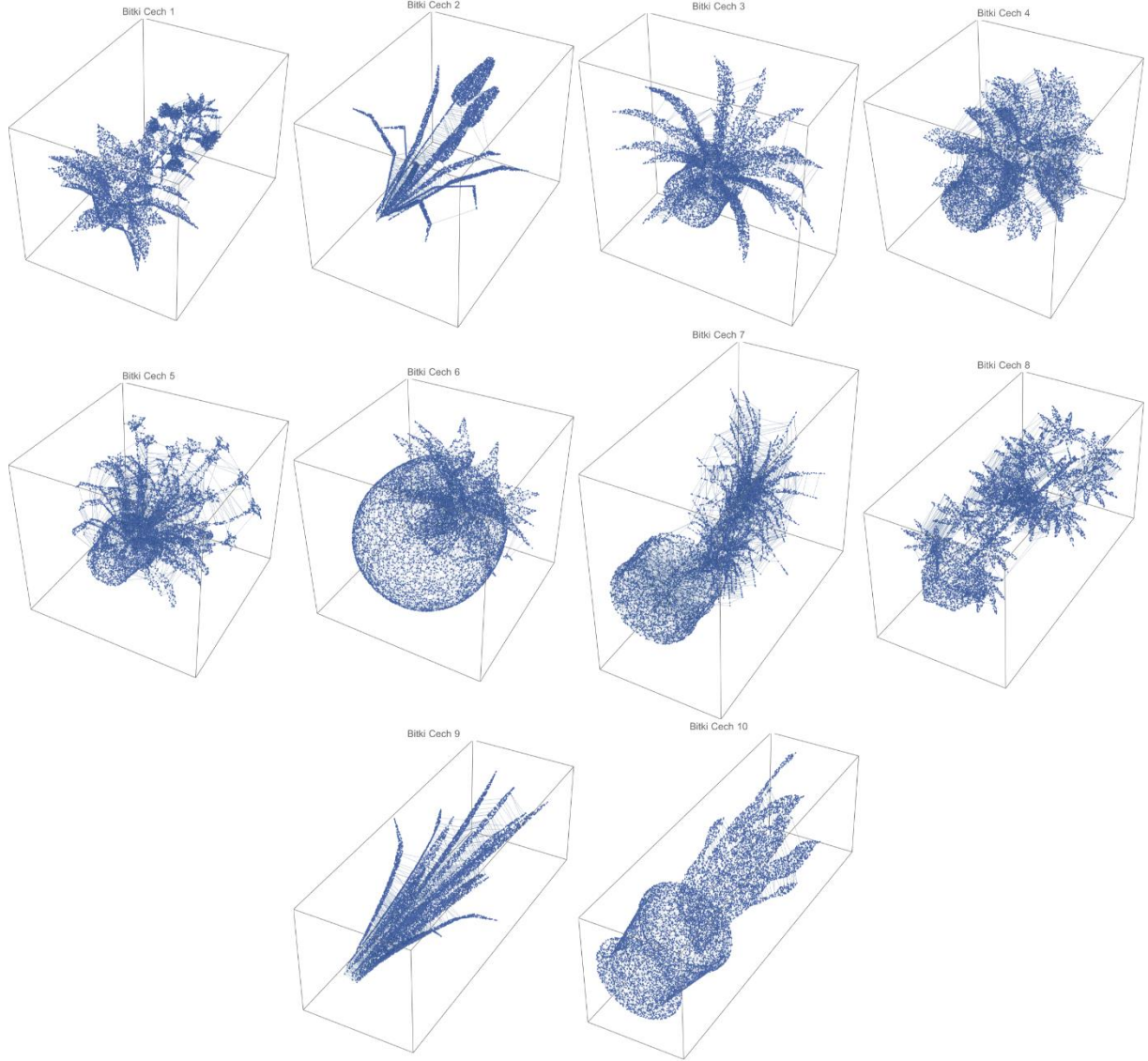
Şekil 3.20 – Araba modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



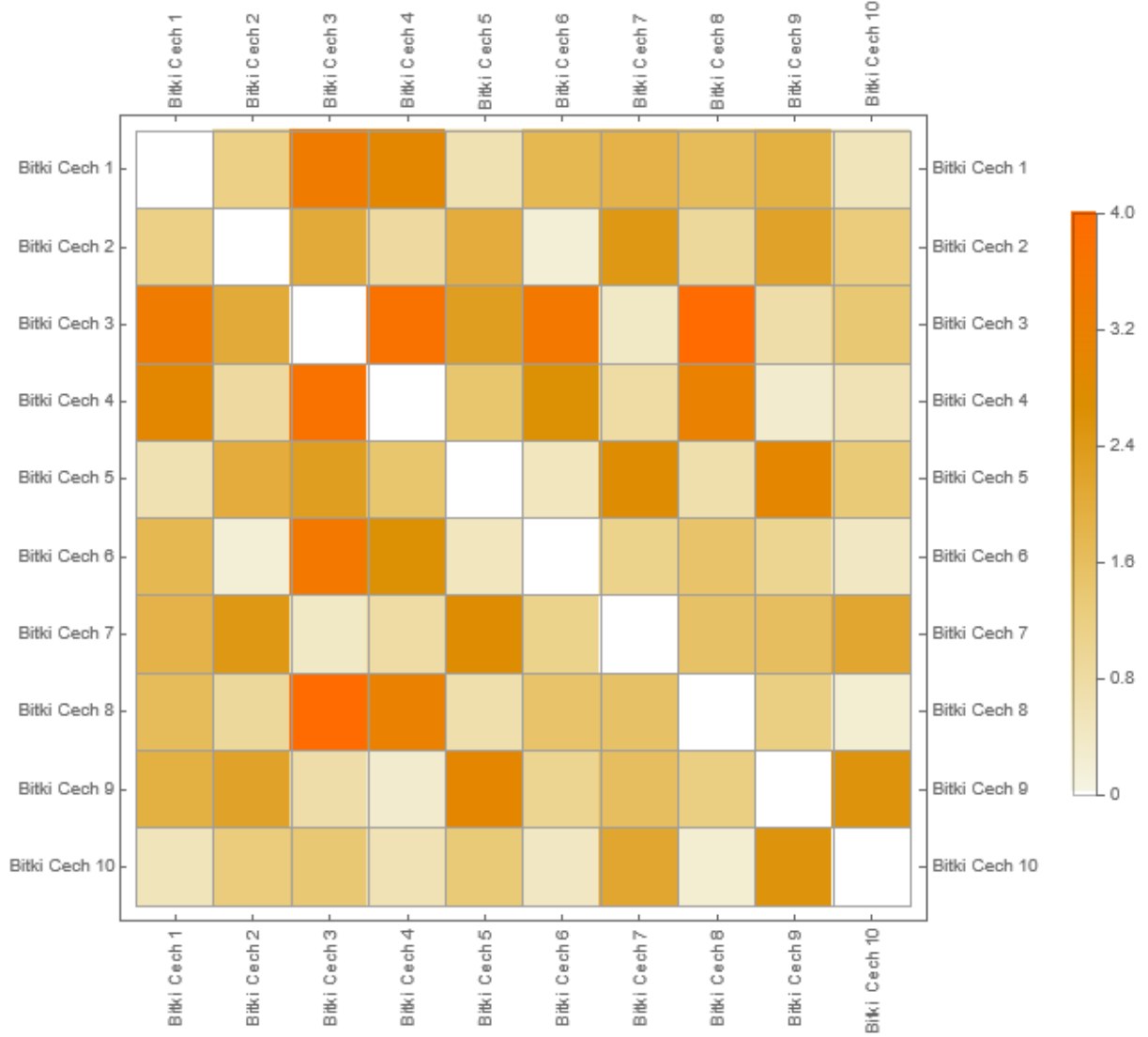
Şekil 3.21 – İnsan modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



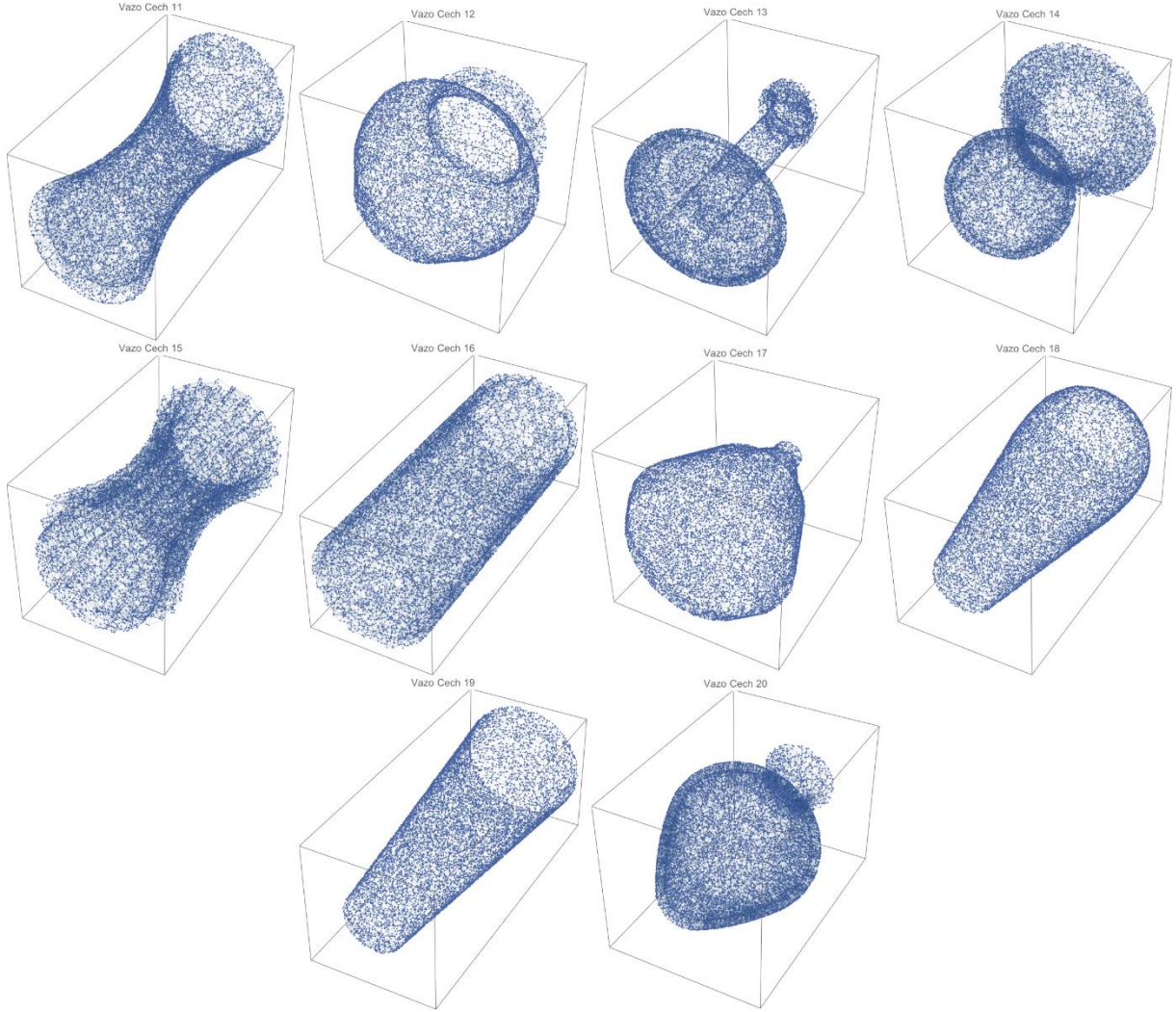
Şekil 3.22 – İnsan modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



Şekil 3.23 – Bitki modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri

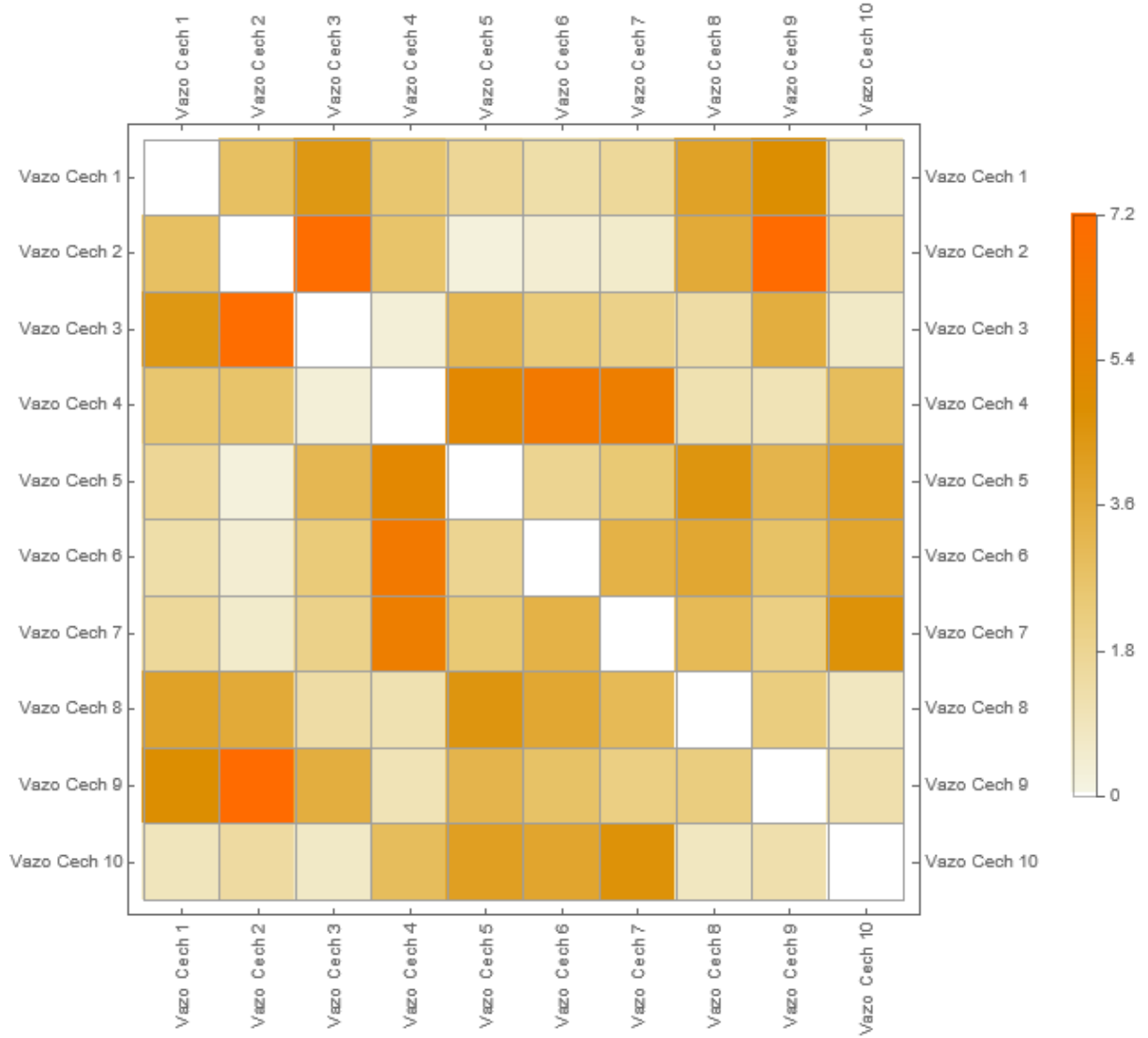


Şekil 3.24 – Bitki modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



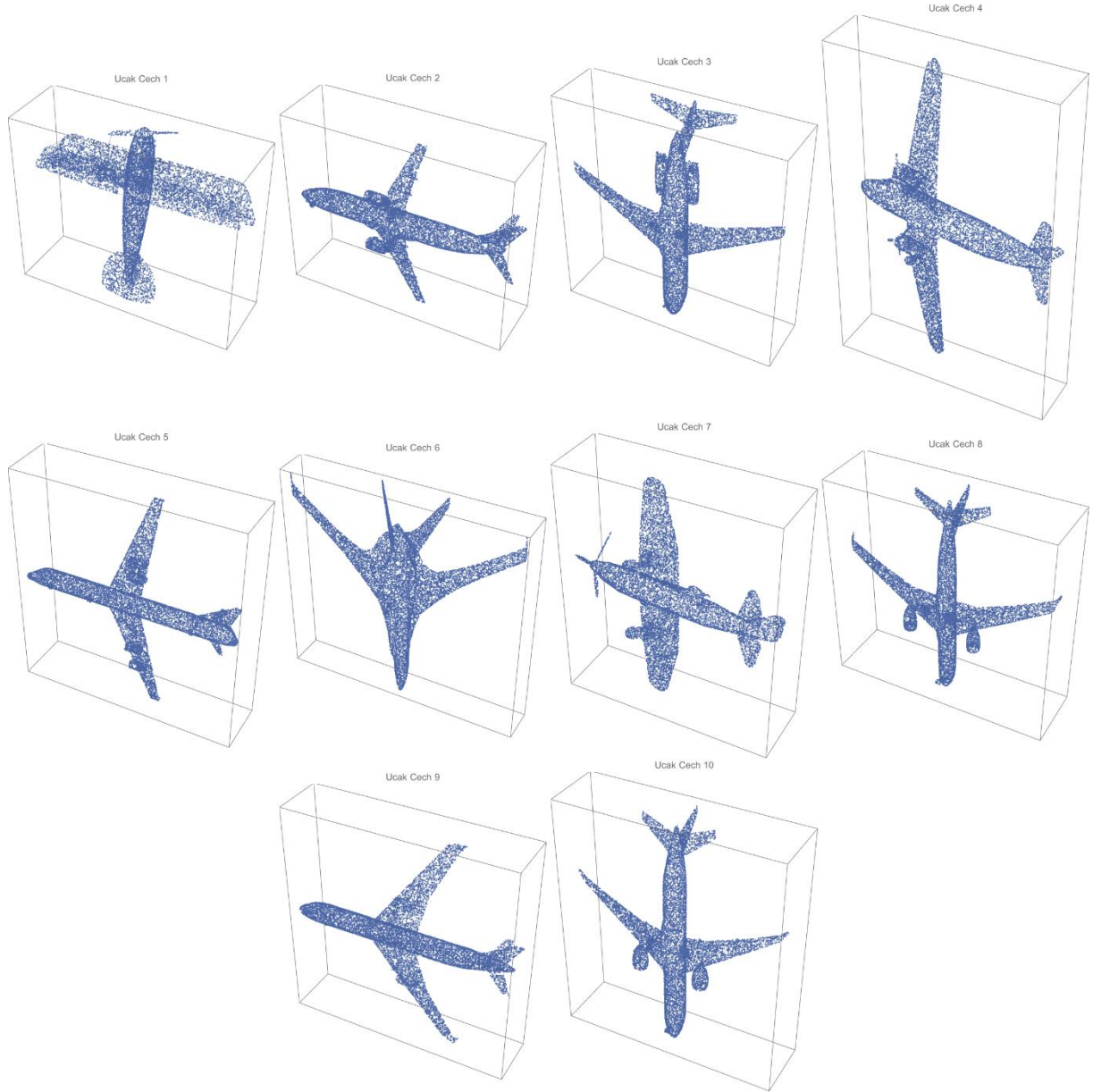
Şekil 3.25 – Vazo modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri

Şekil 3.24 – Bitki modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi

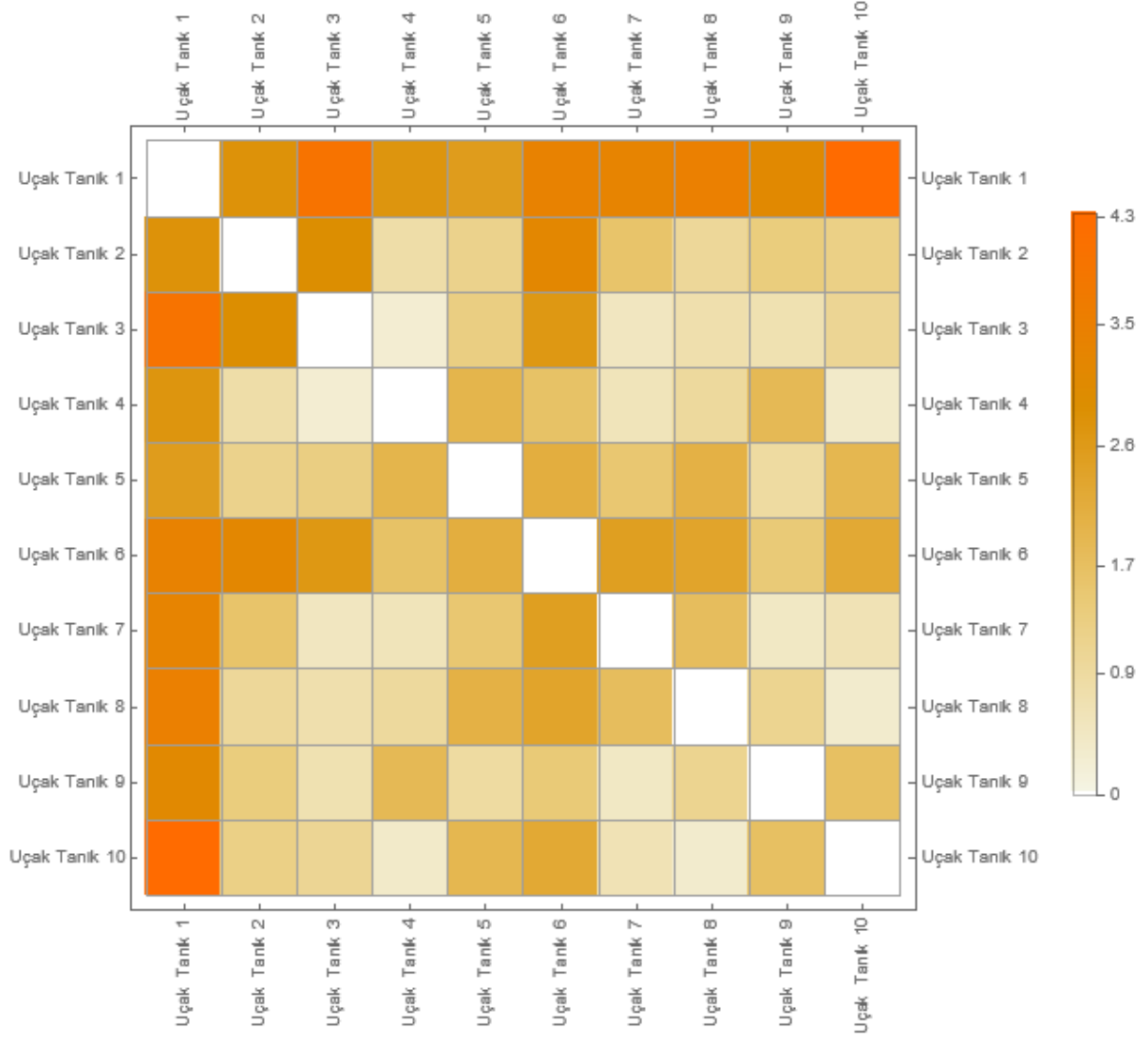


Şekil 3.26 – Vazo modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi

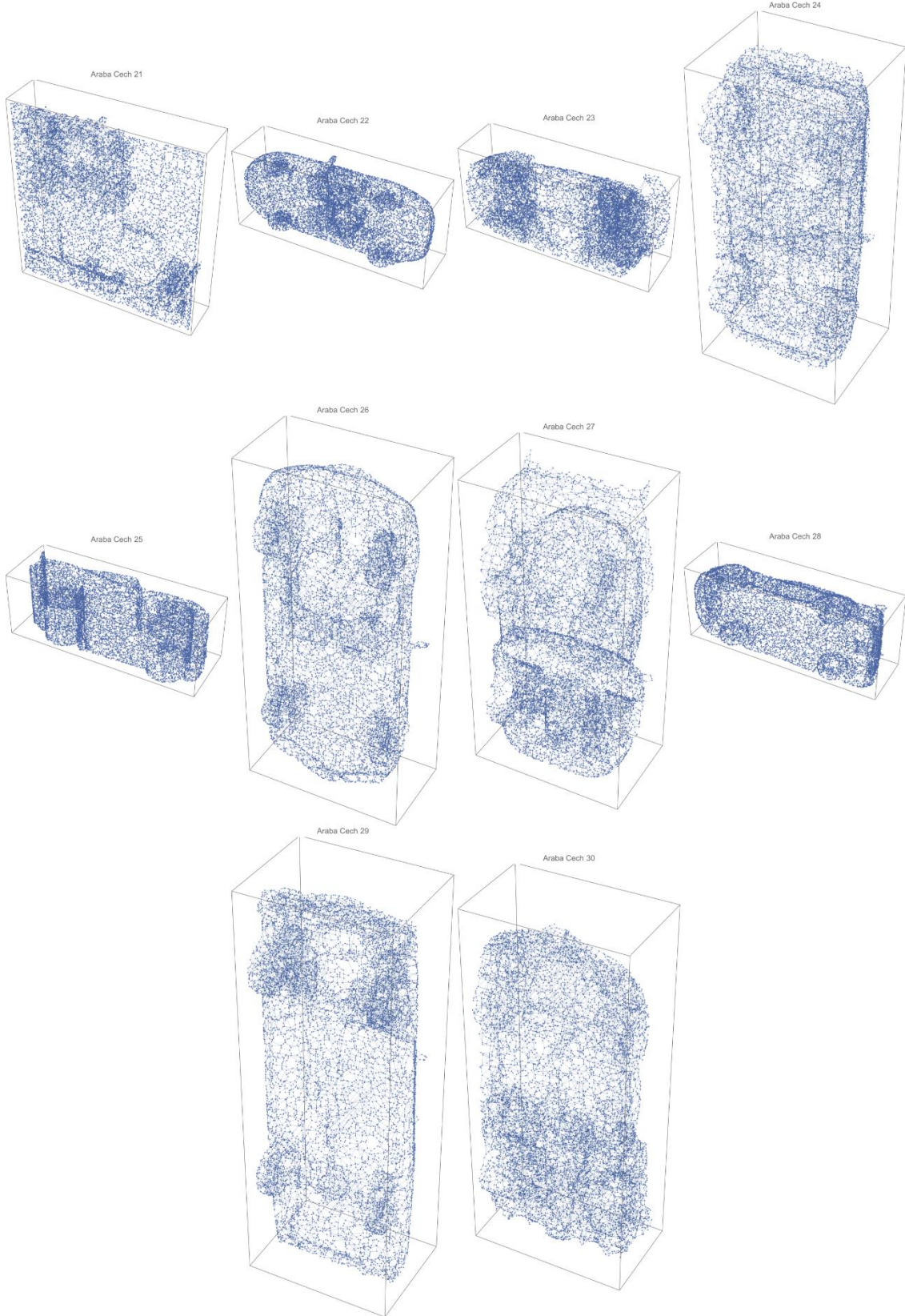
Princeton ModelNet veri seti içerisinde elde edilmiş Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri ve her bir iskelet sınıfına ait çekirdek matrisleri Şekil 3.27- Şekil 3.36 arasında verilmiştir.



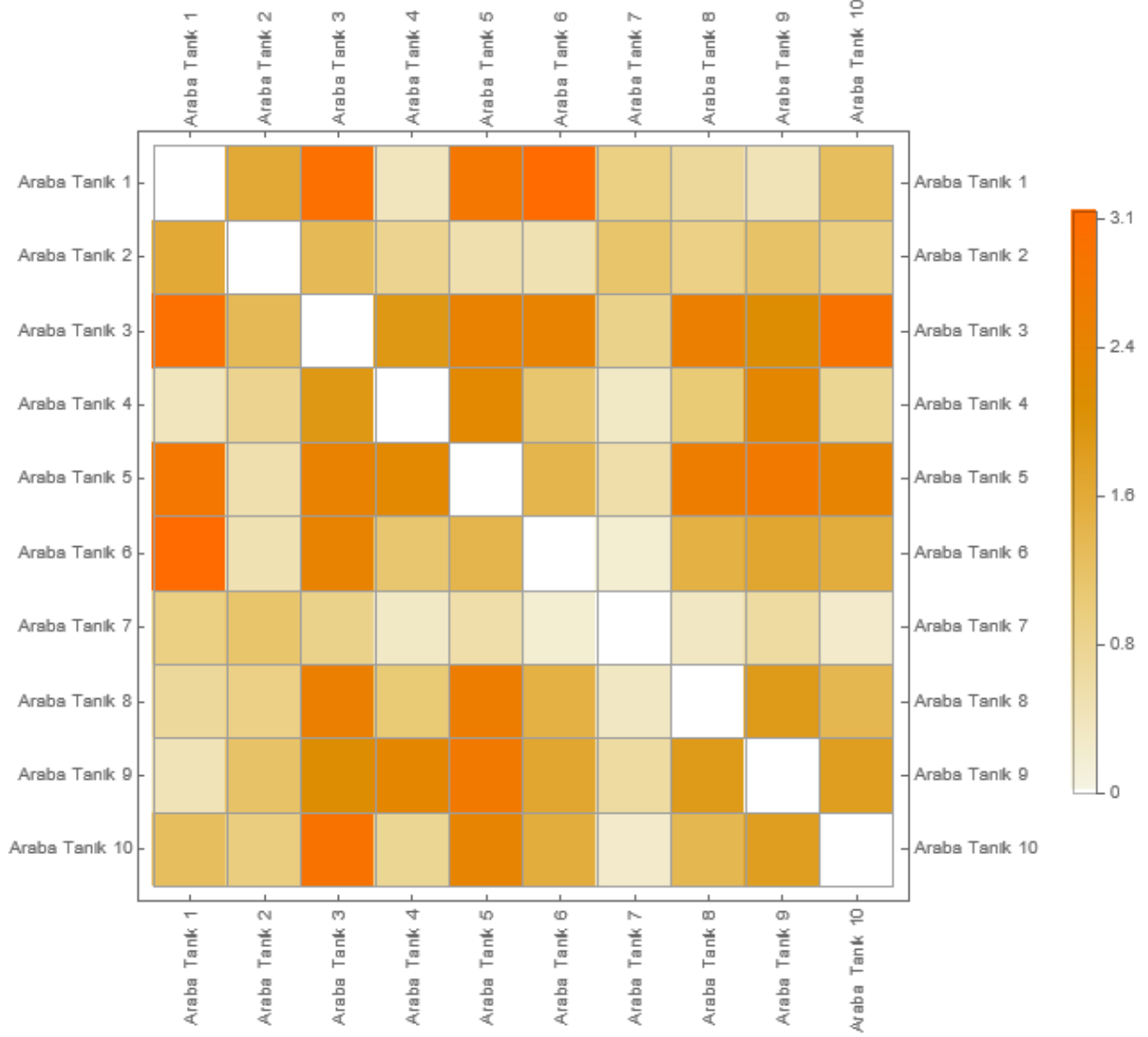
Şekil 3.27 – Uçak modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



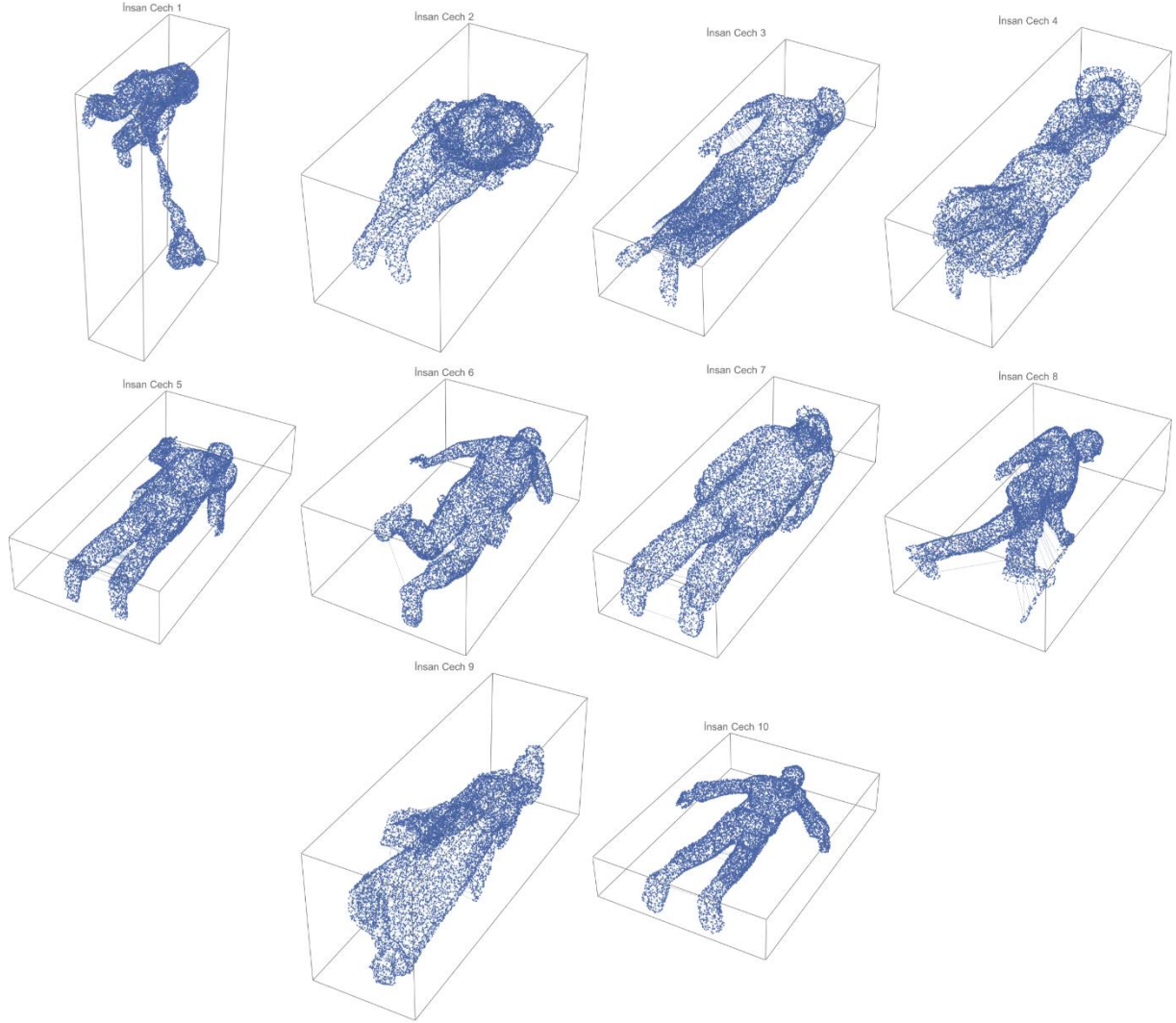
Şekil 3.28 – Uçak modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



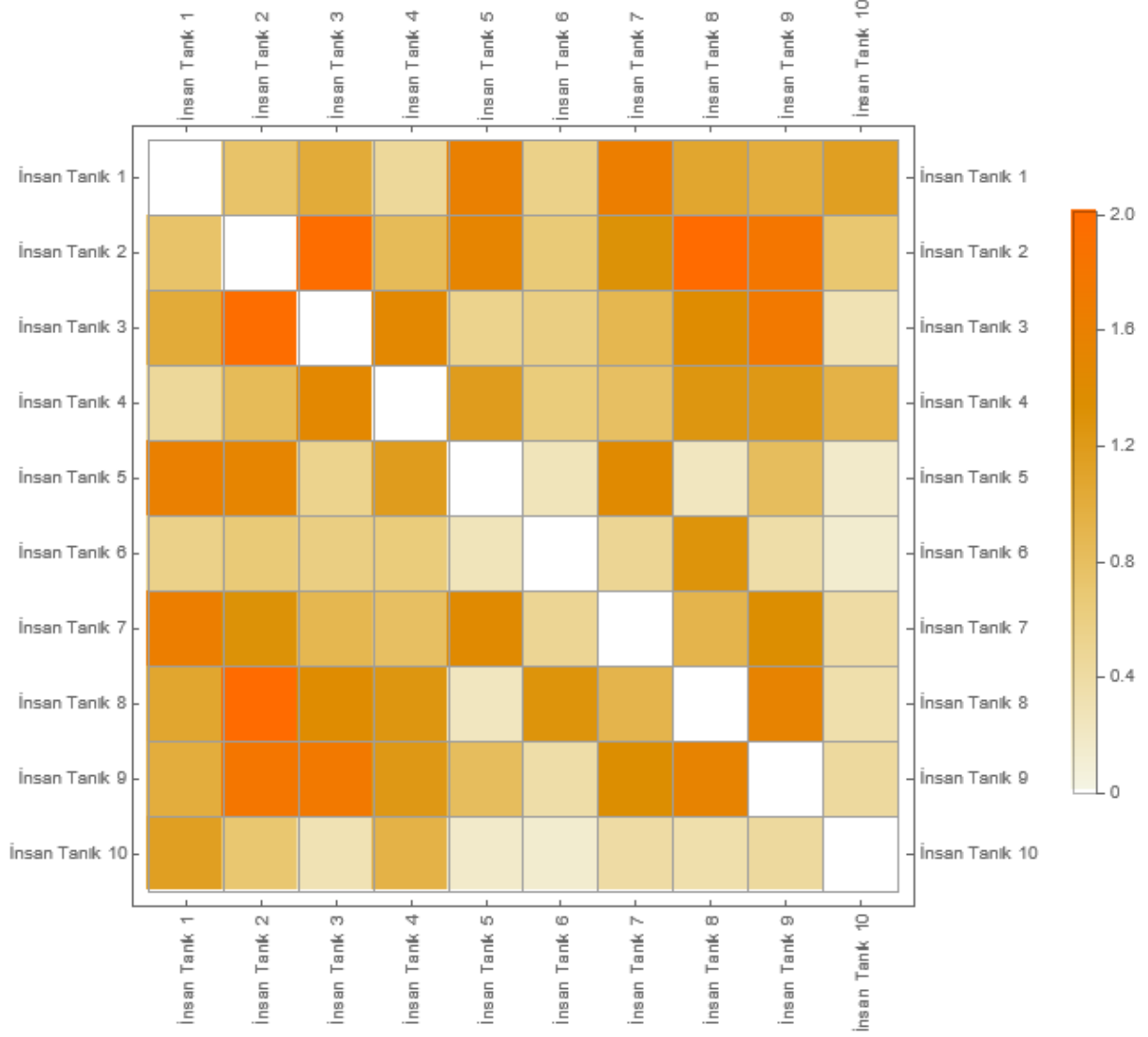
Şekil 3.29 – Araba modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



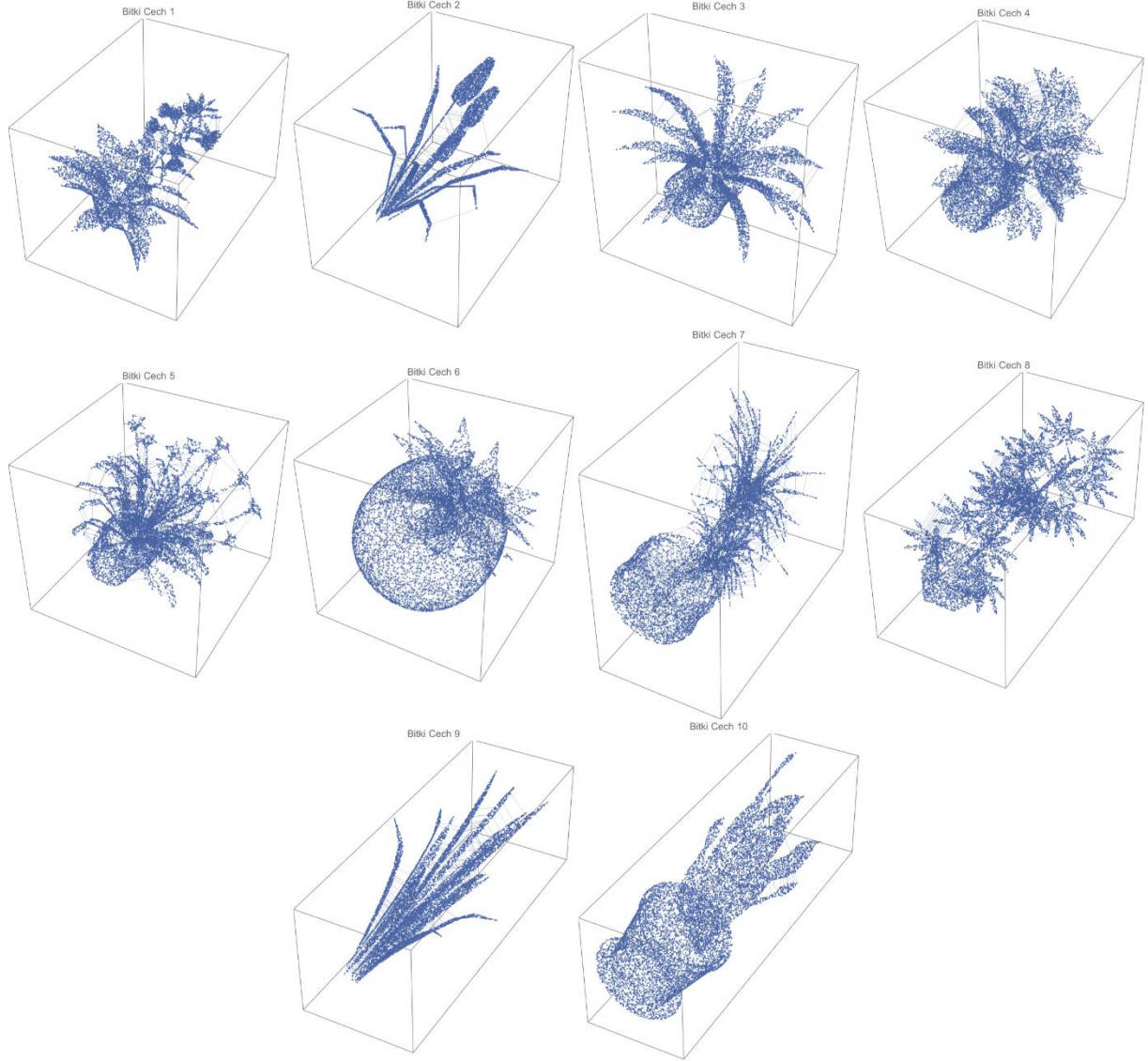
Şekil 3.30 – Araba modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



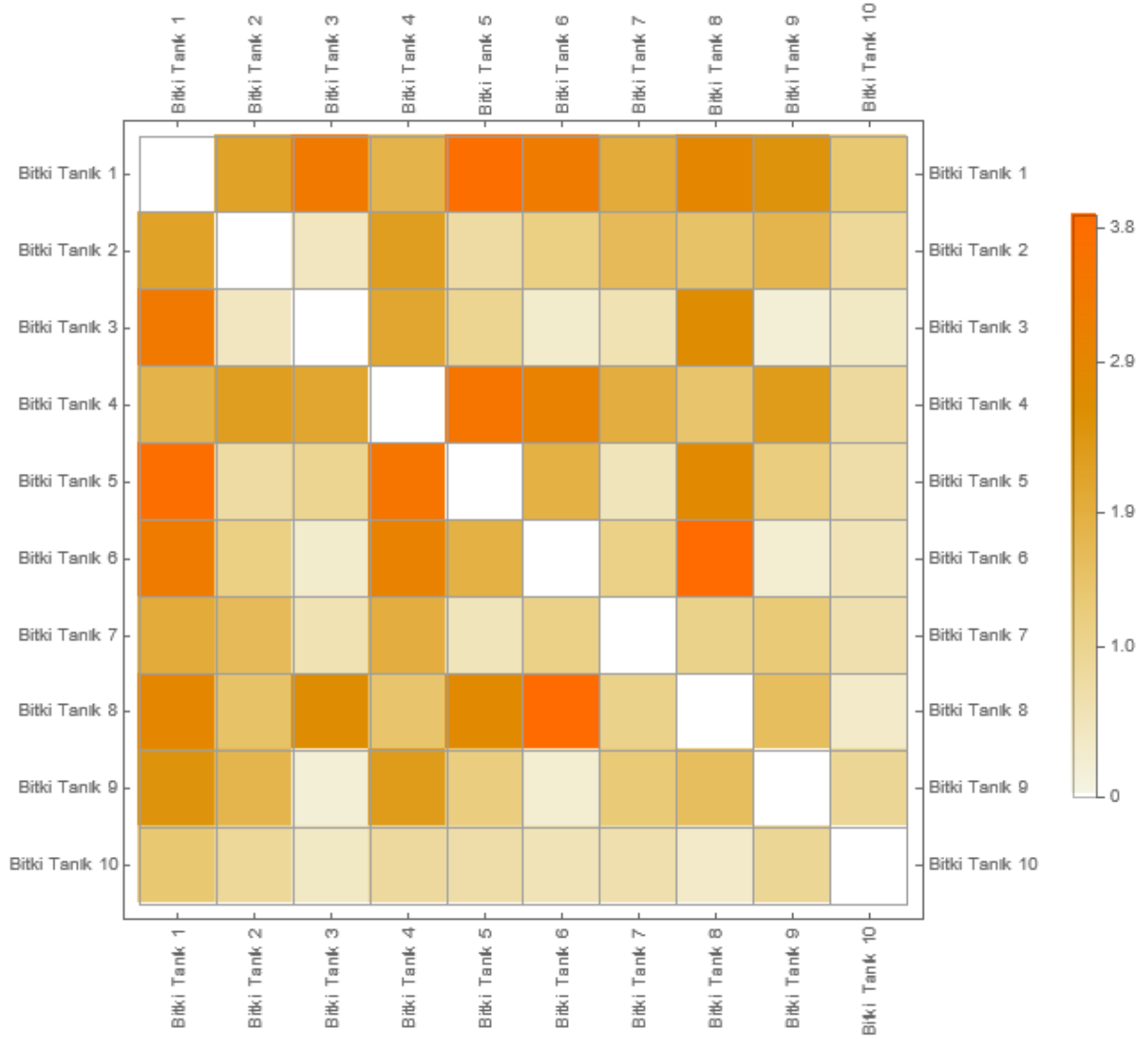
Şekil 3.31 – İnsan modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



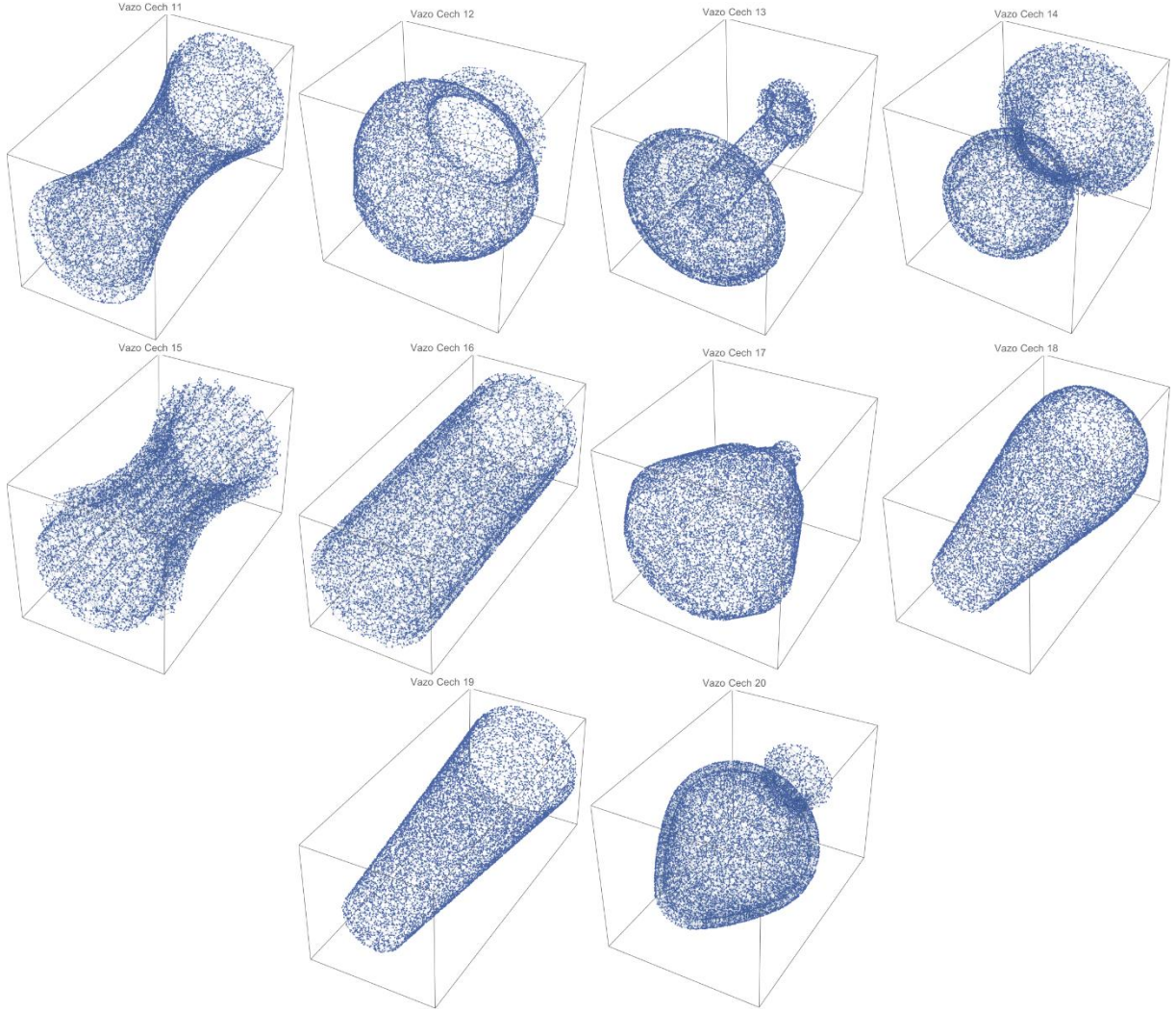
Şekil 3.32 – İnsan modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



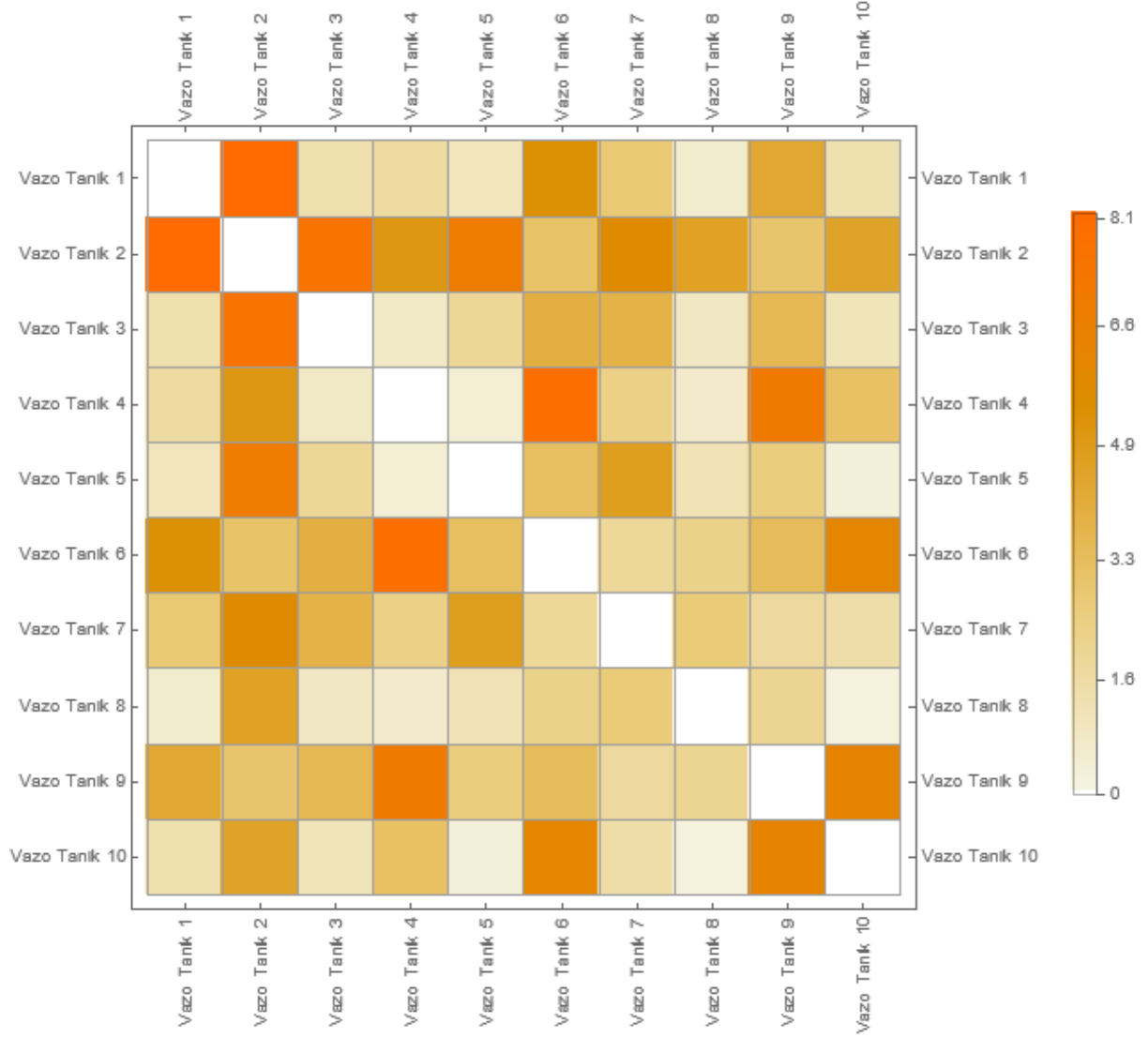
Şekil 3.33 – Bitki modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



Şekil 3.34 – Bitki modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi



Şekil 3.35 – Vazo modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri

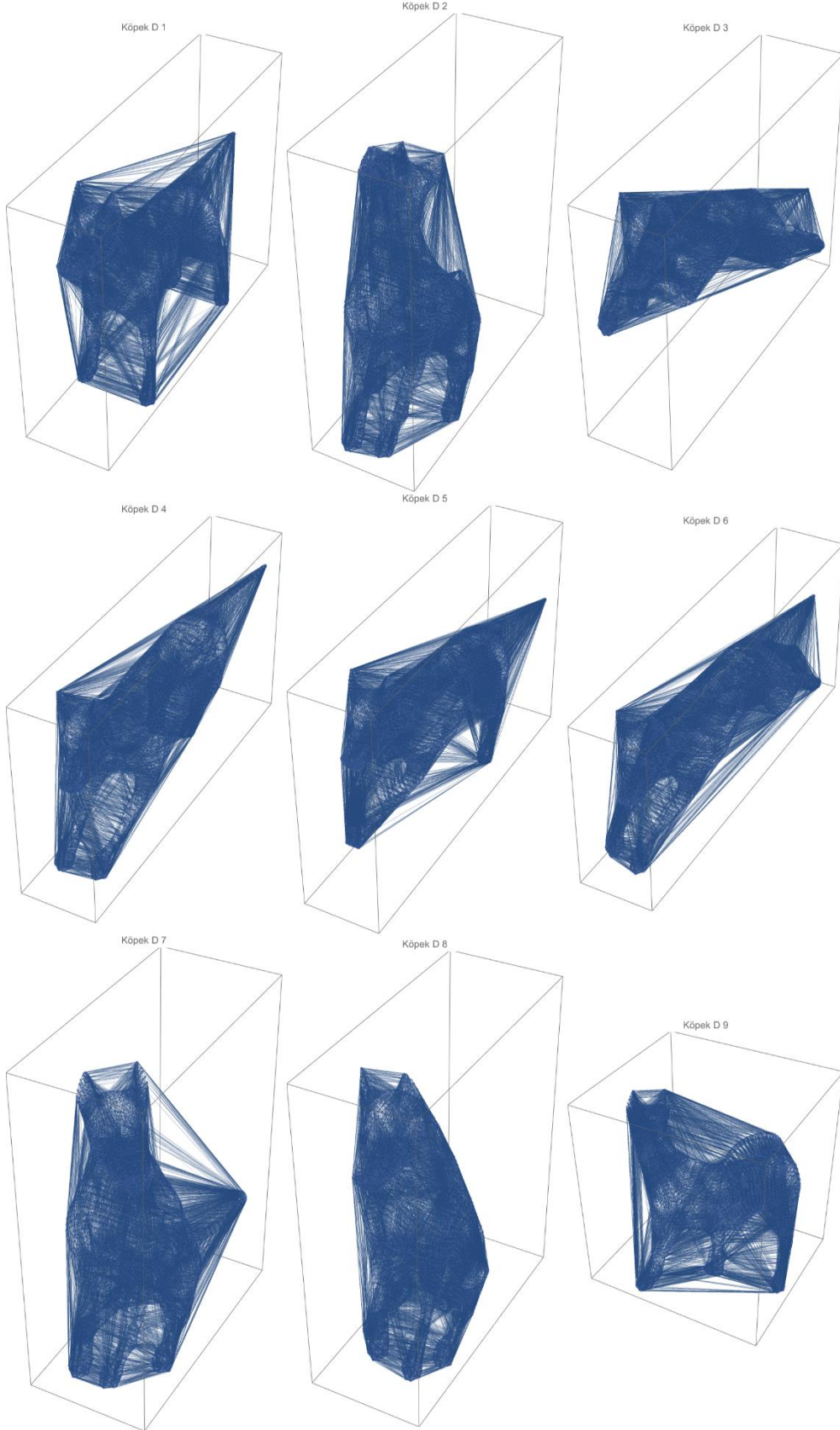


Şekil 3.36 – Vazo modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletleri üzerinden elde edilen çekirdek matrisi

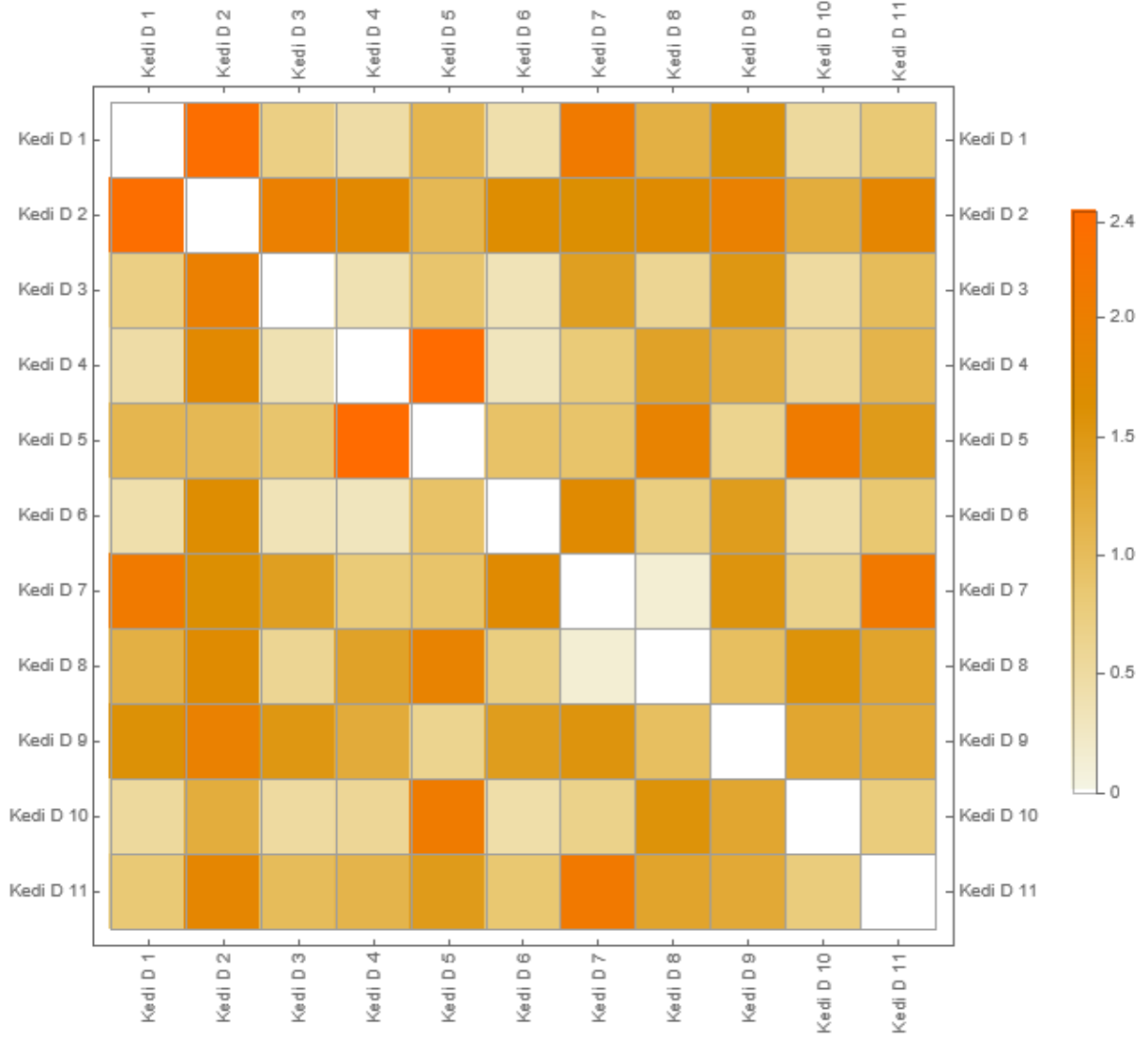


3.3 SHREC11 - TOSCA VERİ SETİNE AİT SONUÇLAR

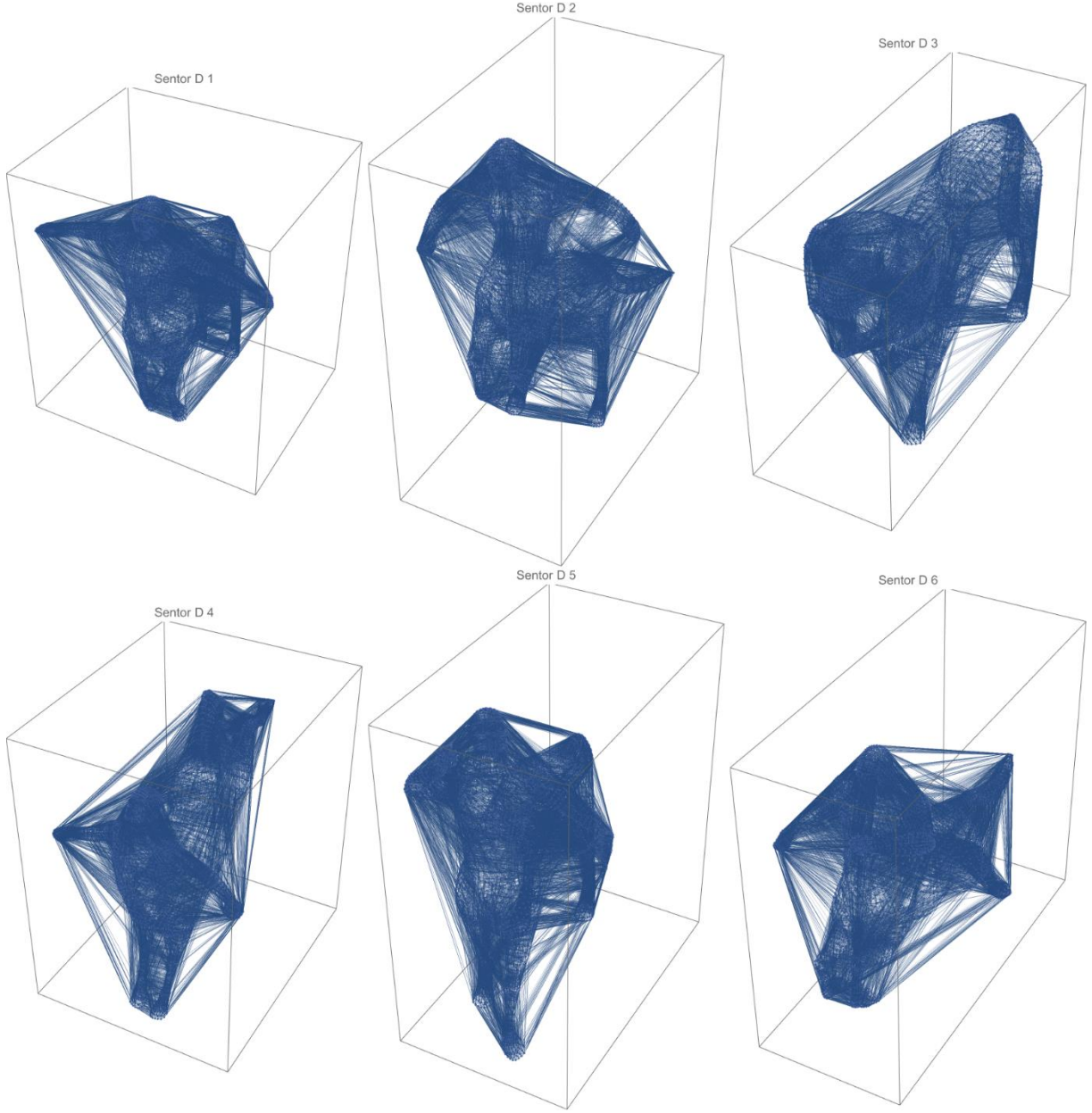
SHREC11 – TOSCA veri seti içerisinde elde edilmiş Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri ve her bir iskelet sınıfına ait çekirdek matrisleri Şekil 3.37- Şekil 3.52 arasında verilmiştir.



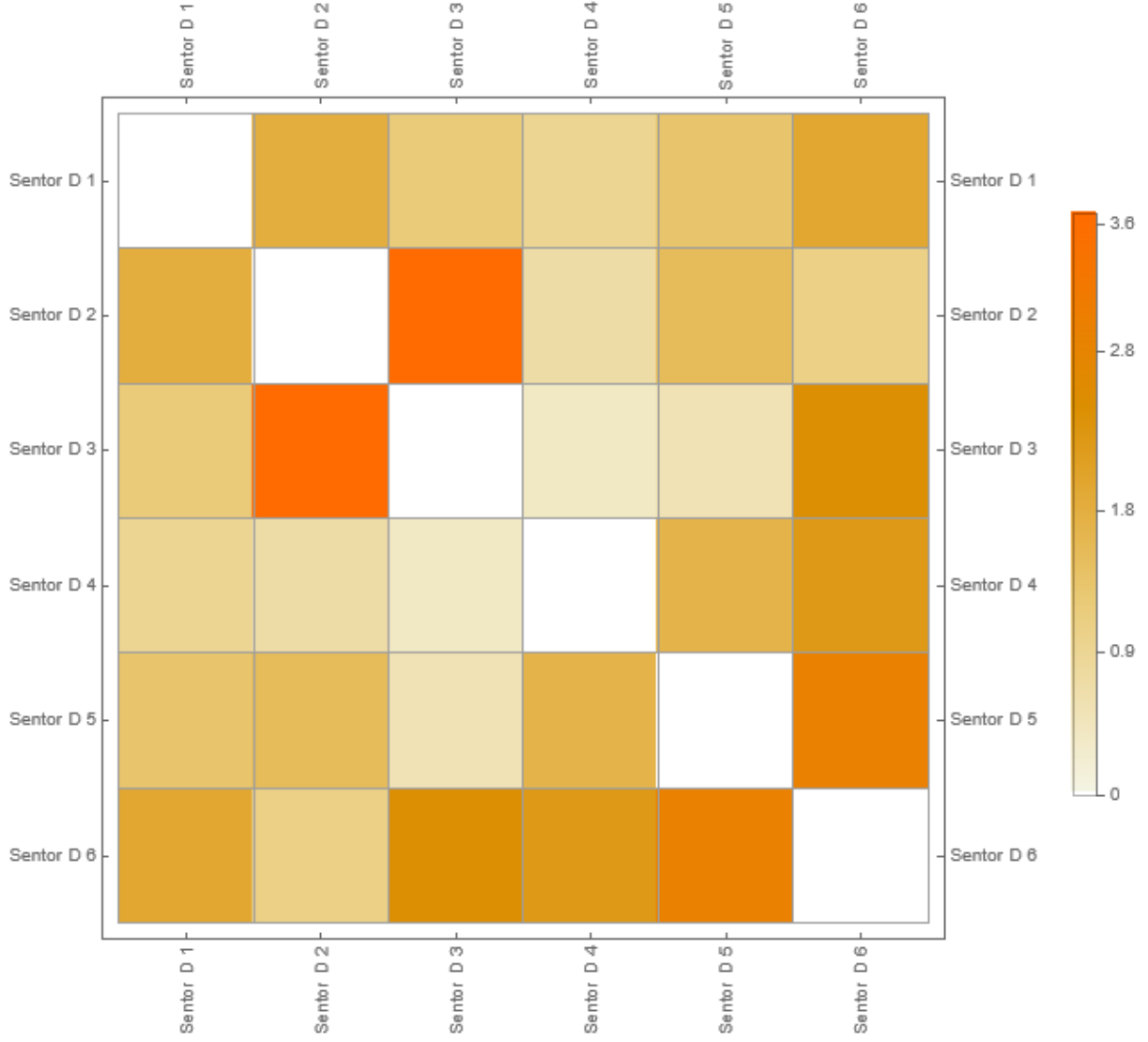
Şekil 3.37 – Kedi modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



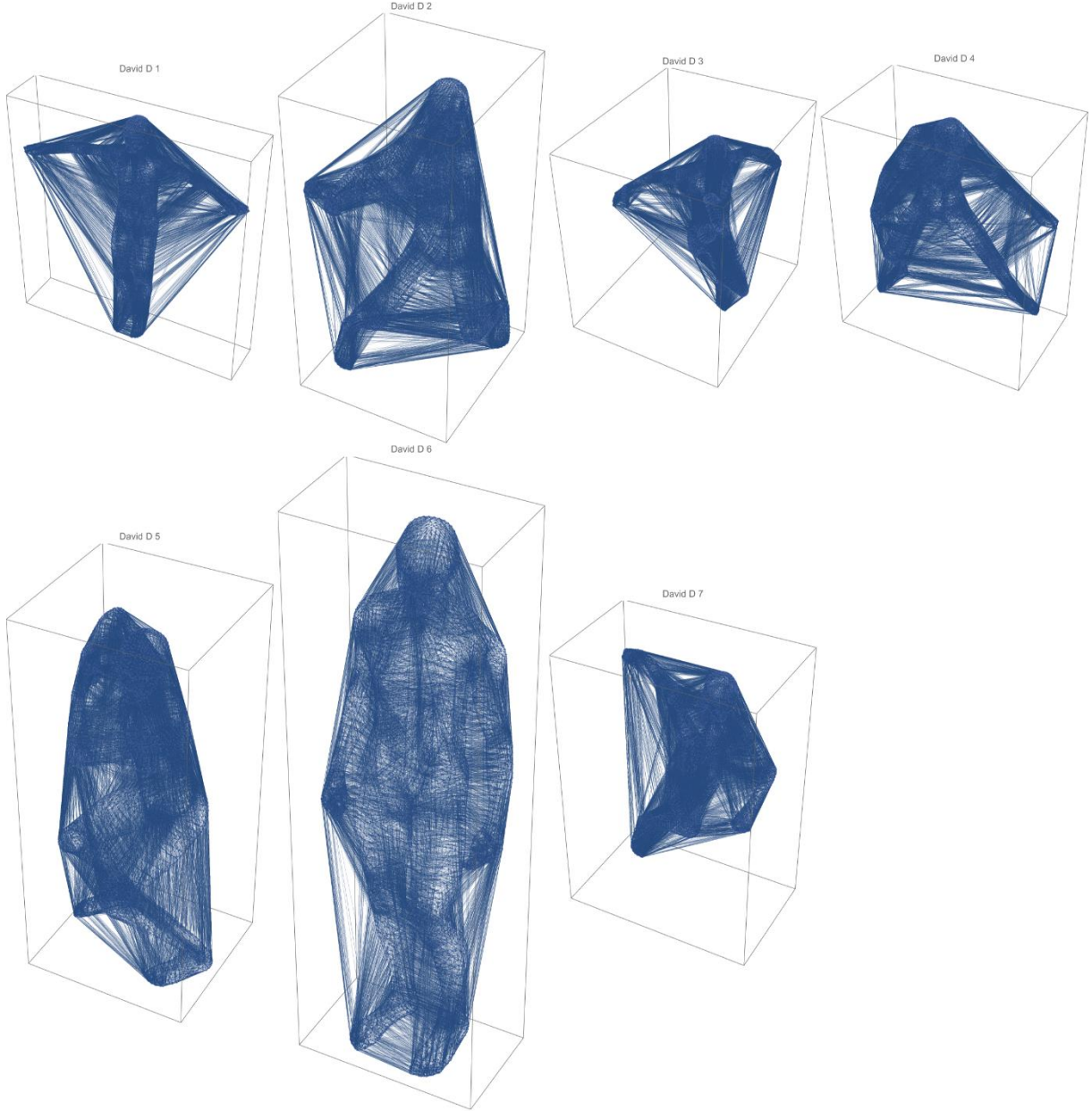
Şekil 3.38 – Kedi modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



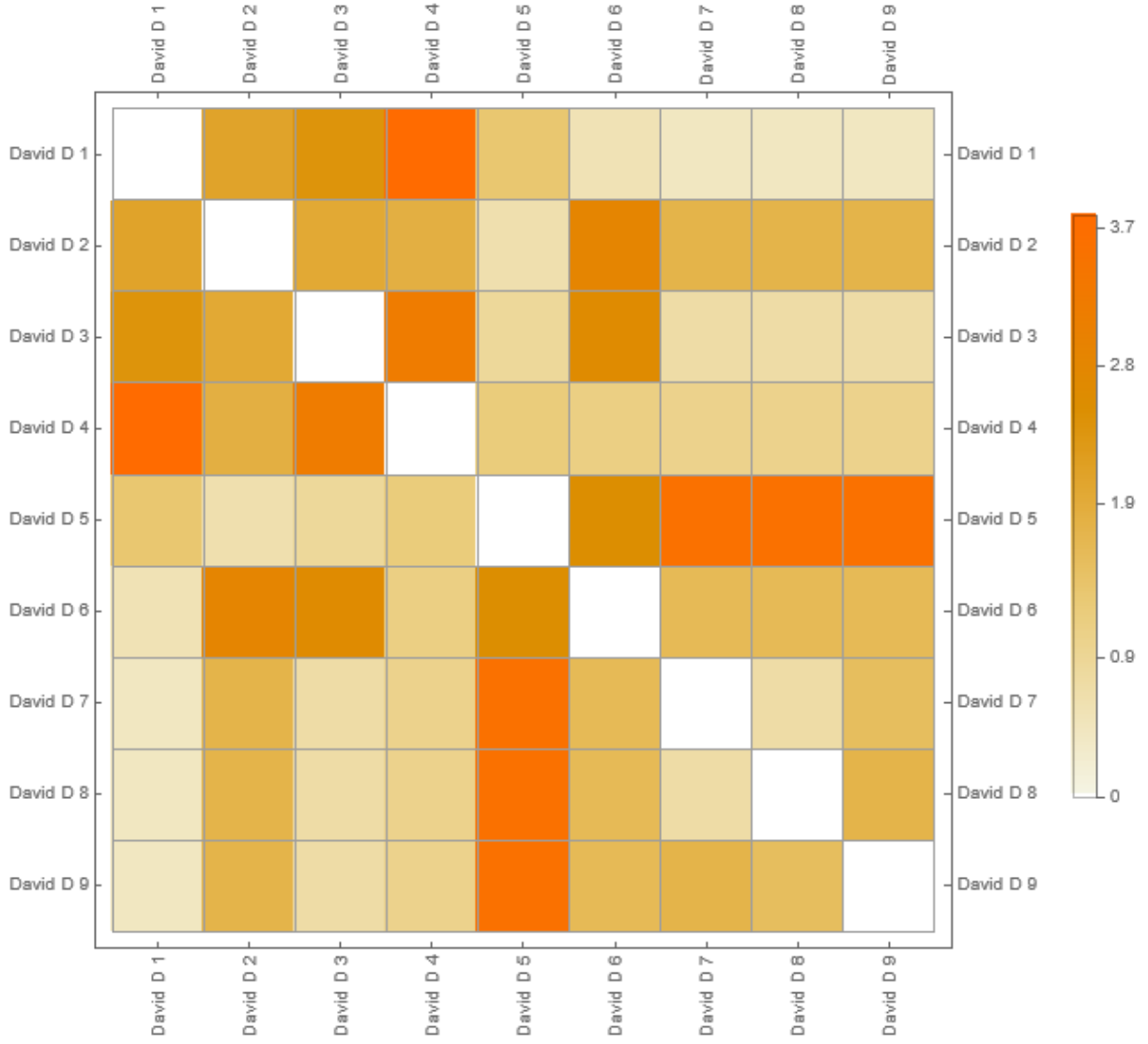
Şekil 3.39 – Sentor modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



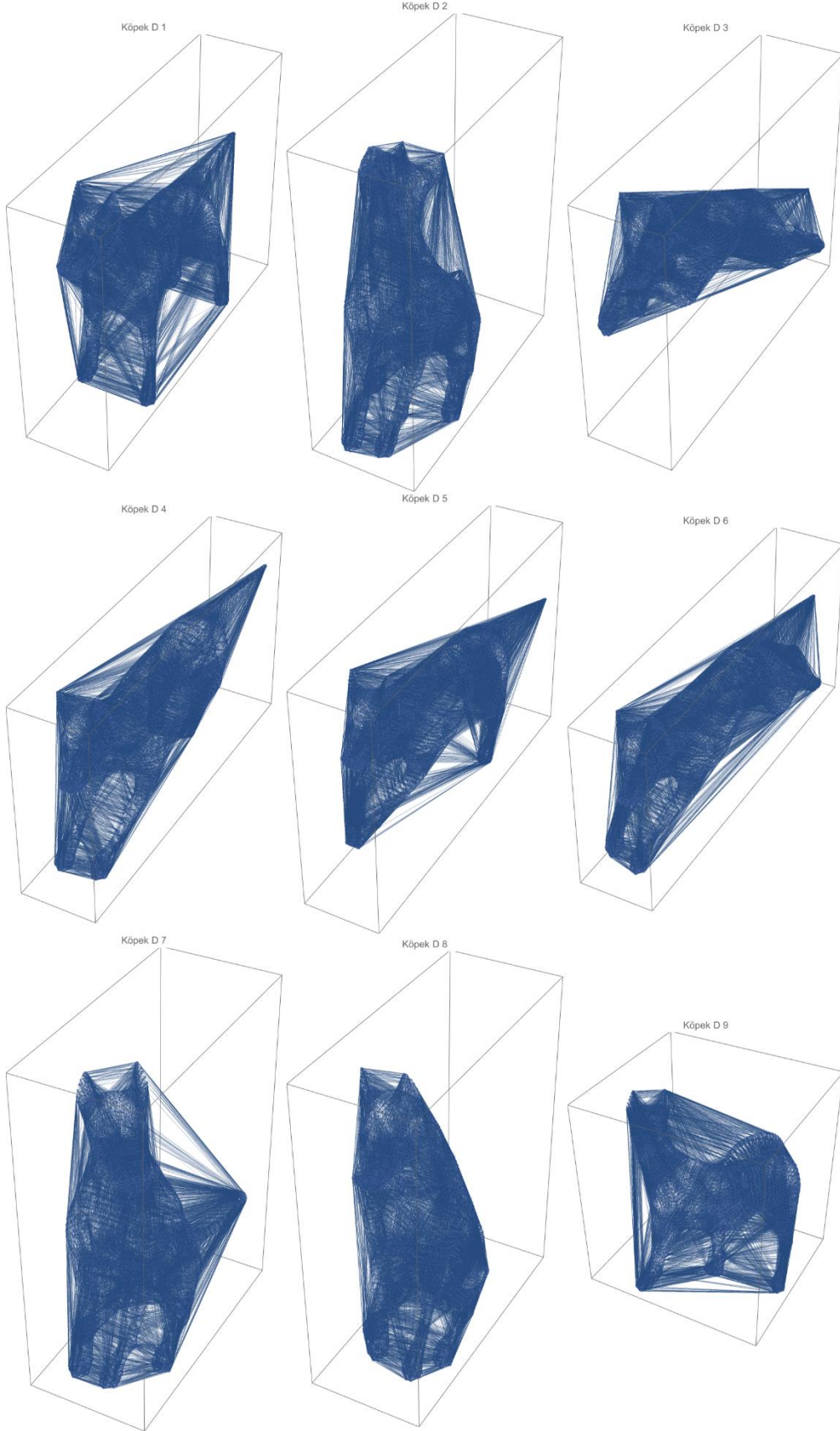
Şekil 3.40 – Sentor modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



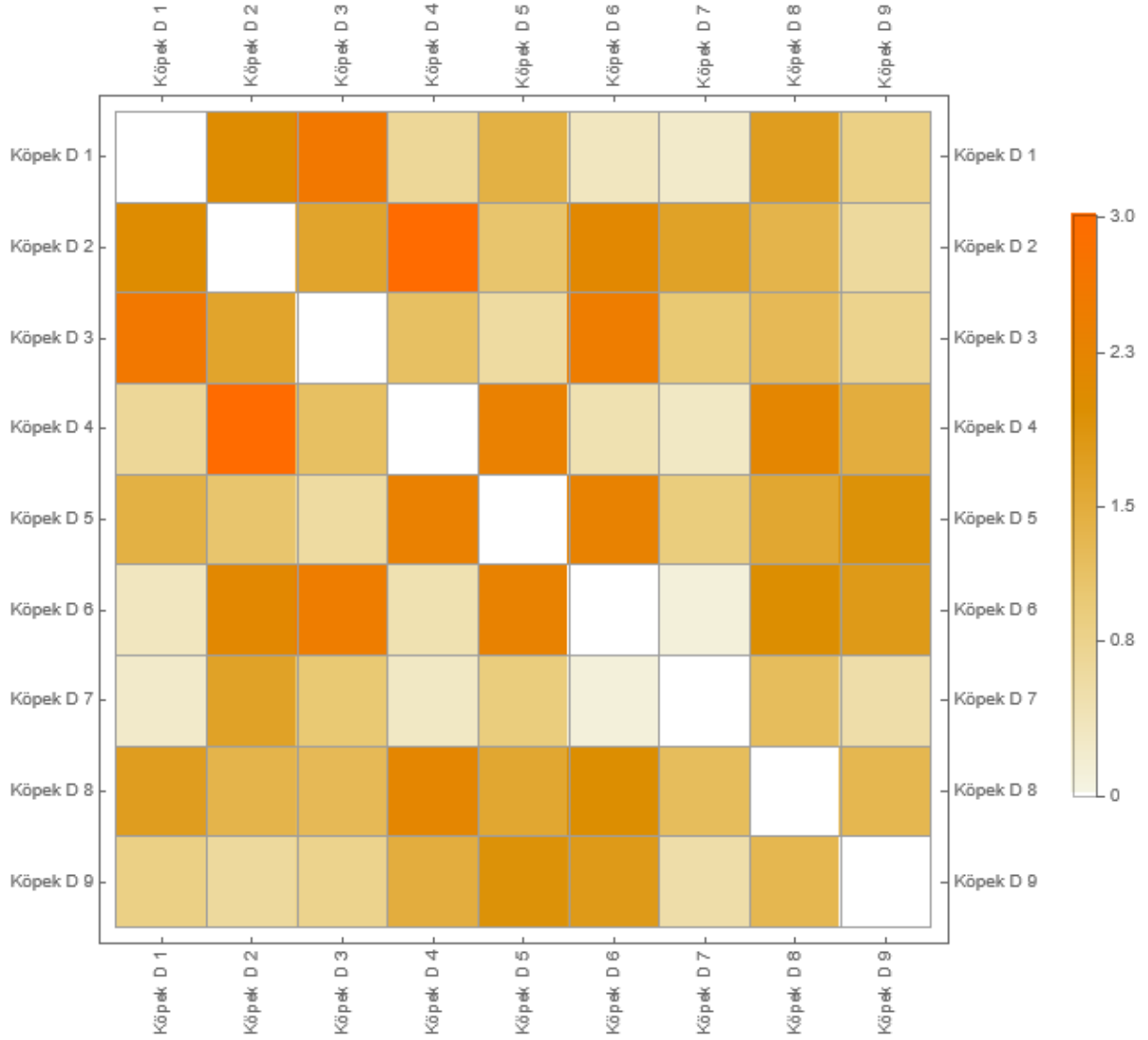
Şekil 3.41 – David modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



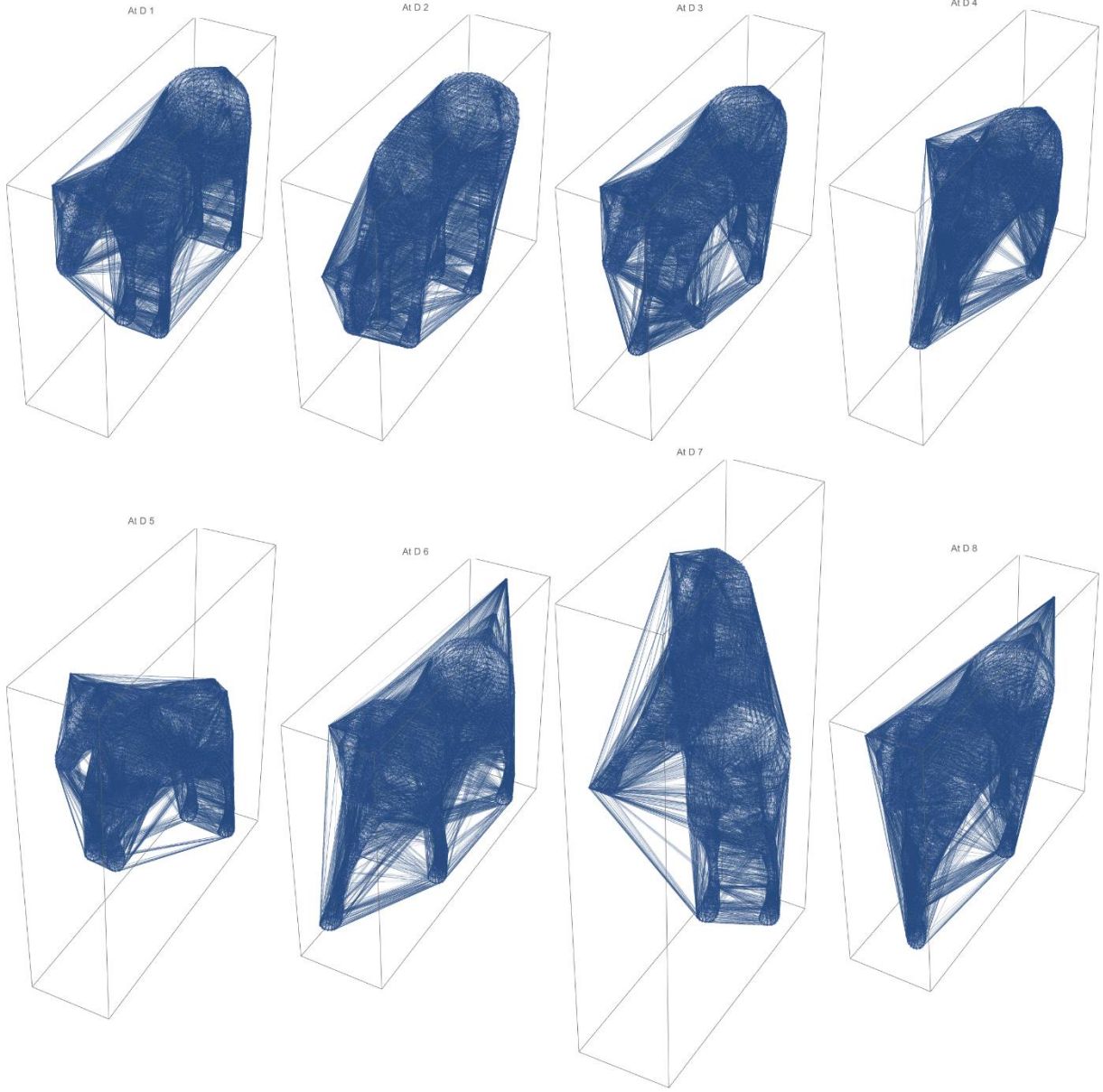
Şekil 3.42 – David modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



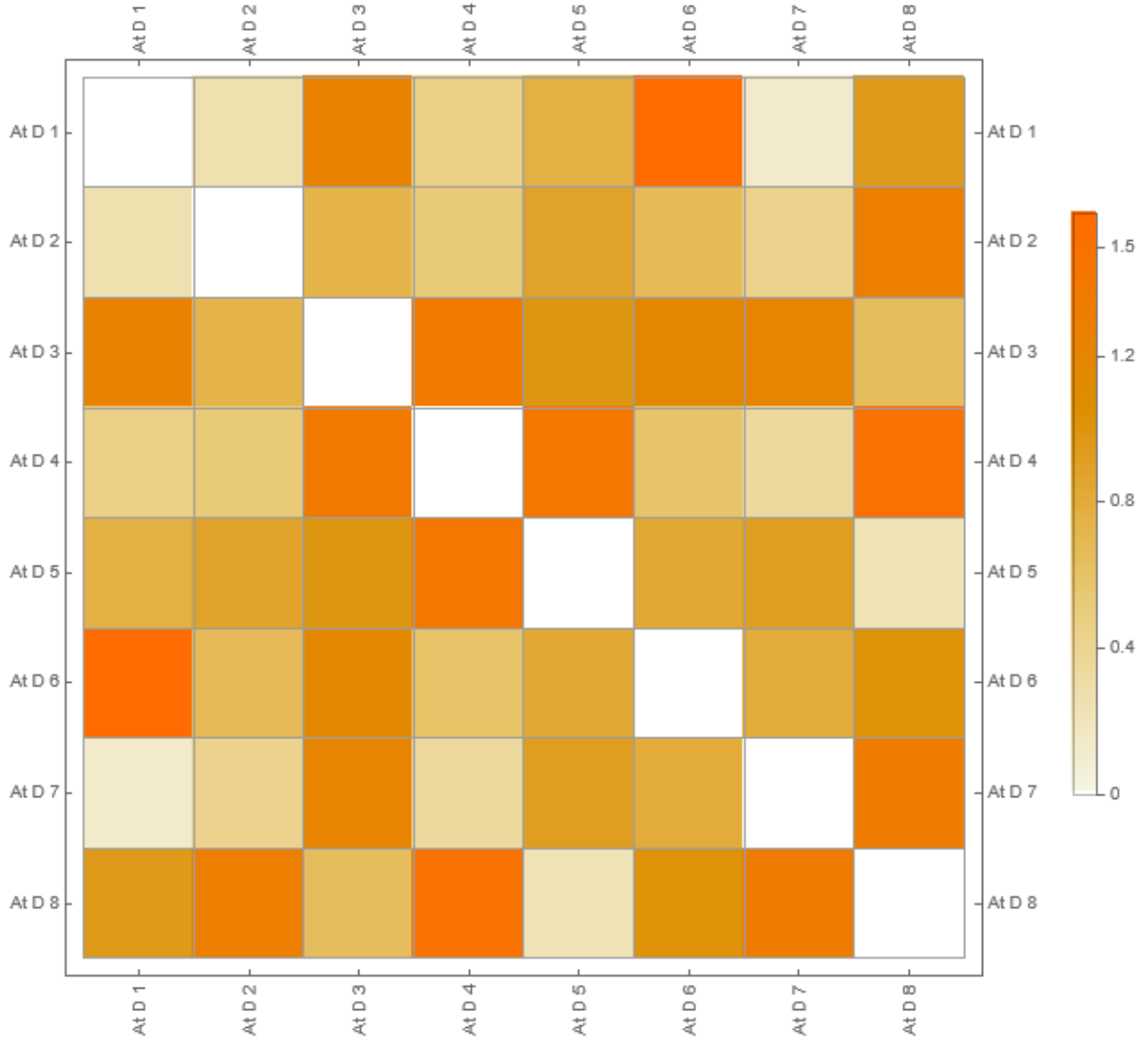
Şekil 3.43 – Köpek modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



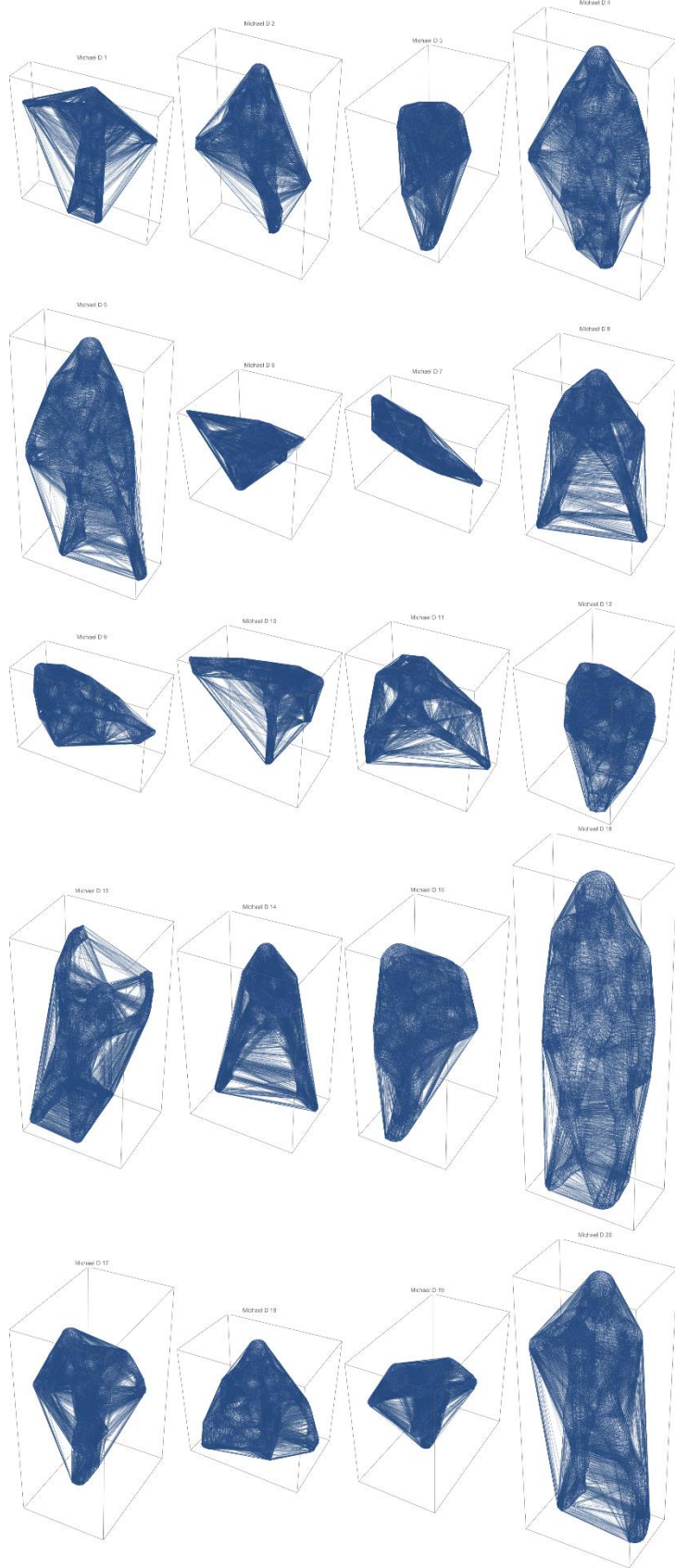
Şekil 3.44 – Köpek modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



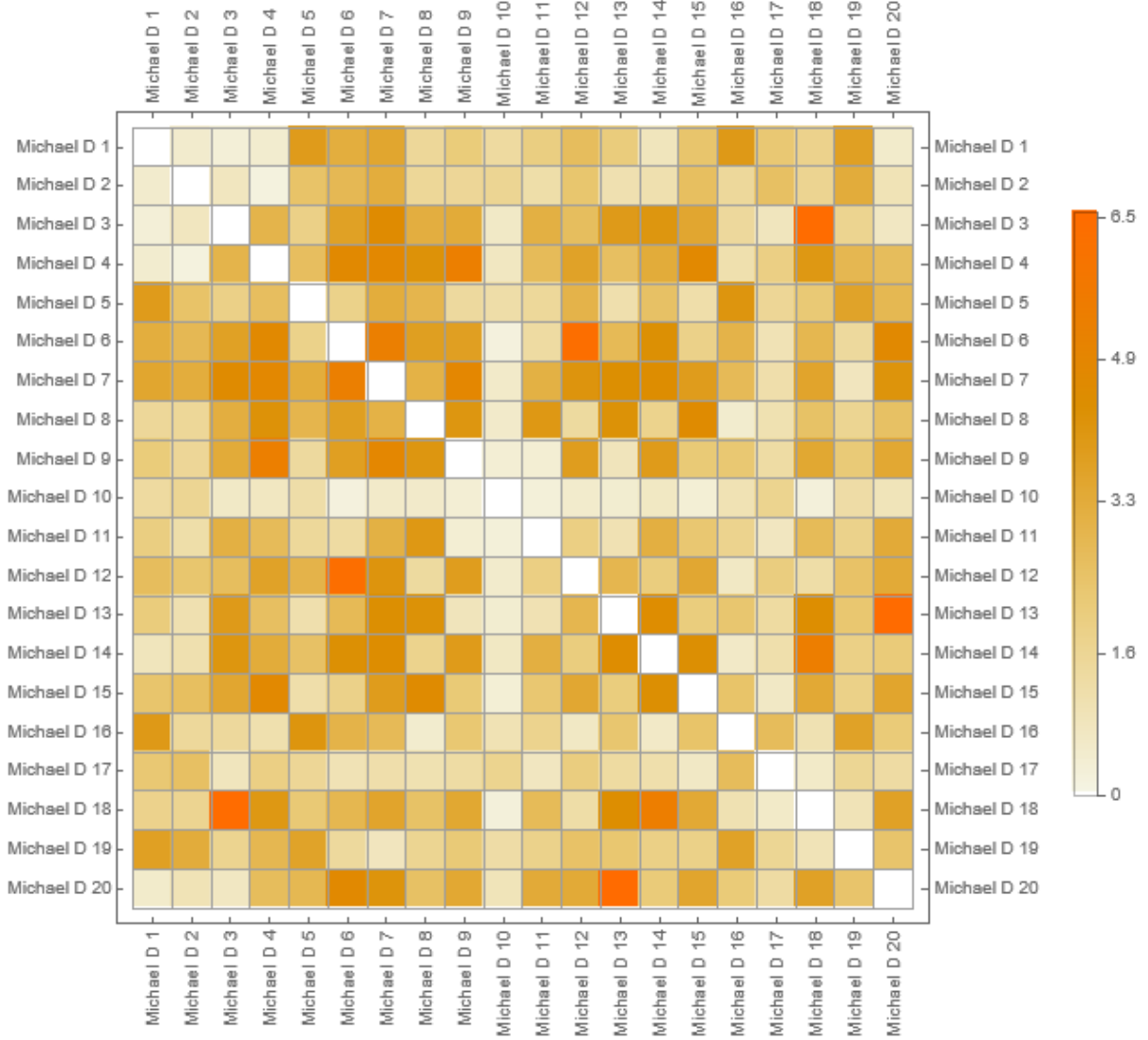
Şekil 3.45 – At modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



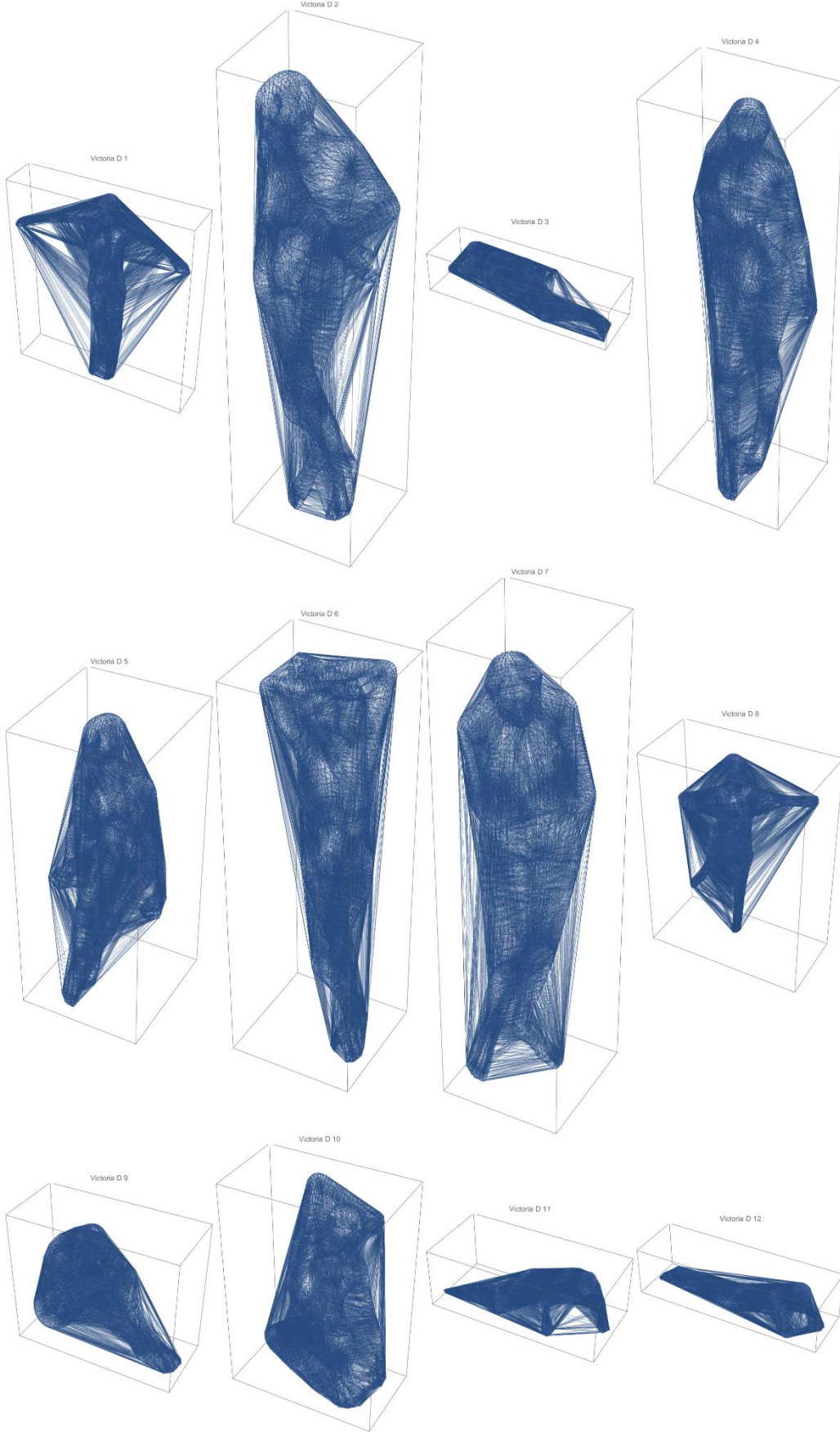
Şekil 3.46 – At modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



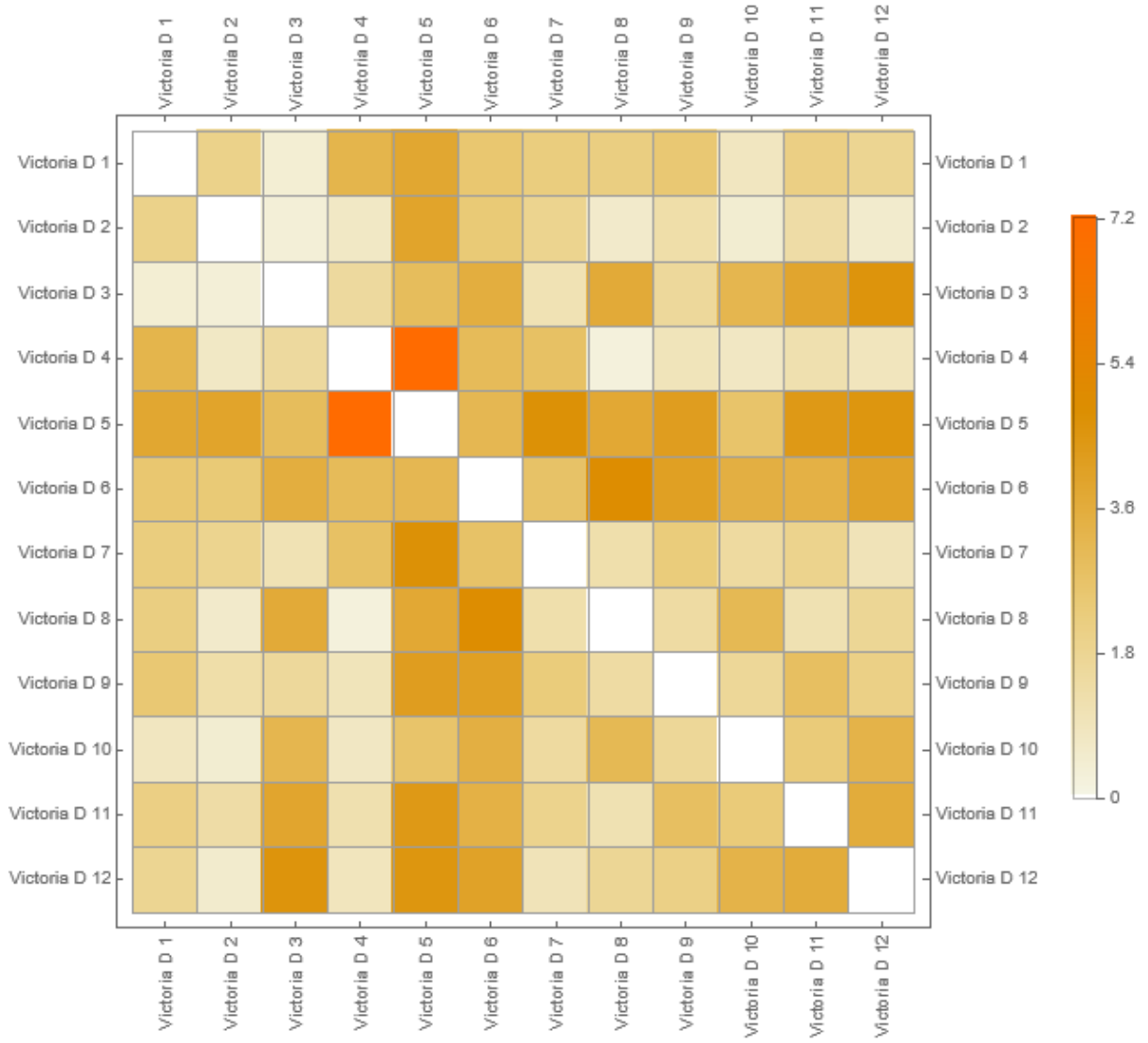
Şekil 3.47 – Michael modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



Şekil 3.48 – Michael modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

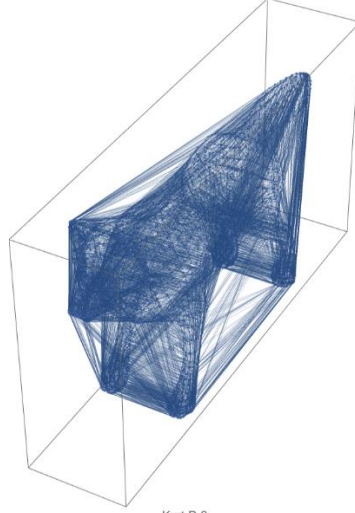


Şekil 3.49 – Victoria modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri

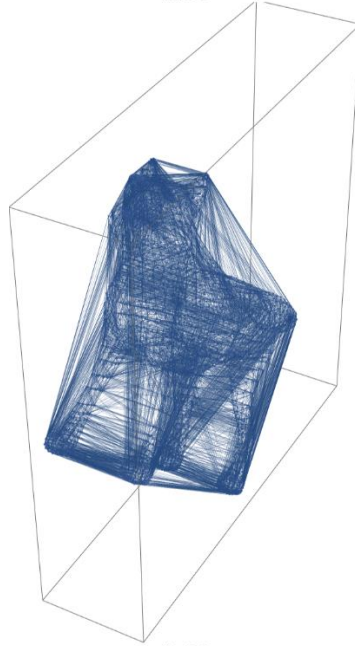


Şekil 3.50 – Victoria modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

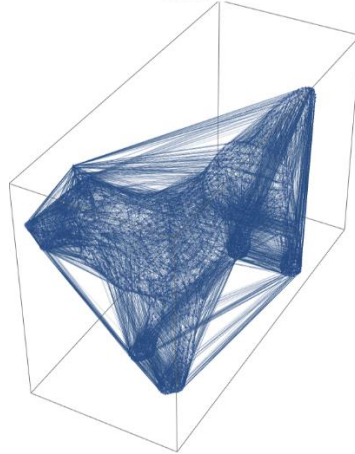
Kurt D 1



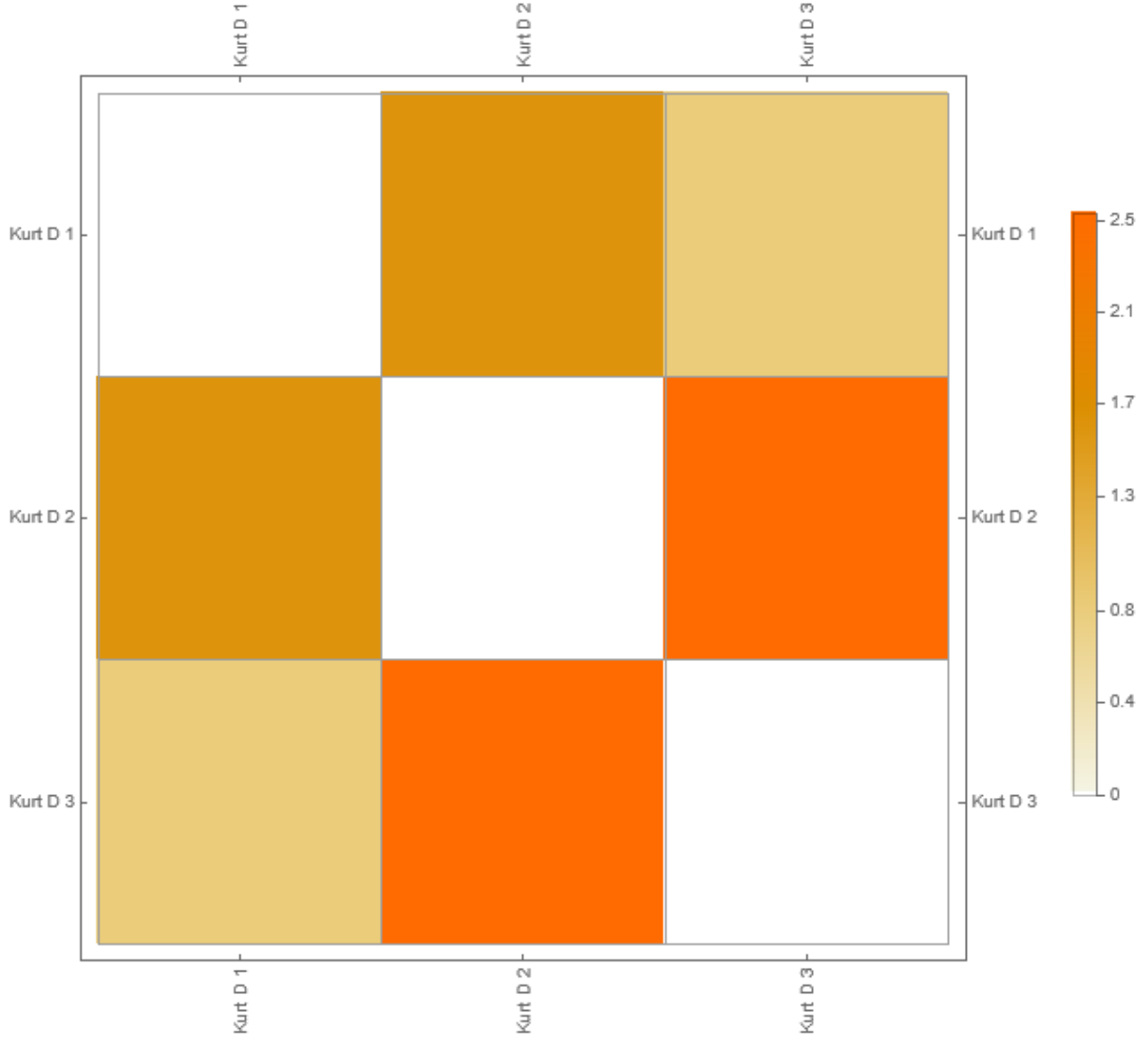
Kurt D 2



Kurt D 3

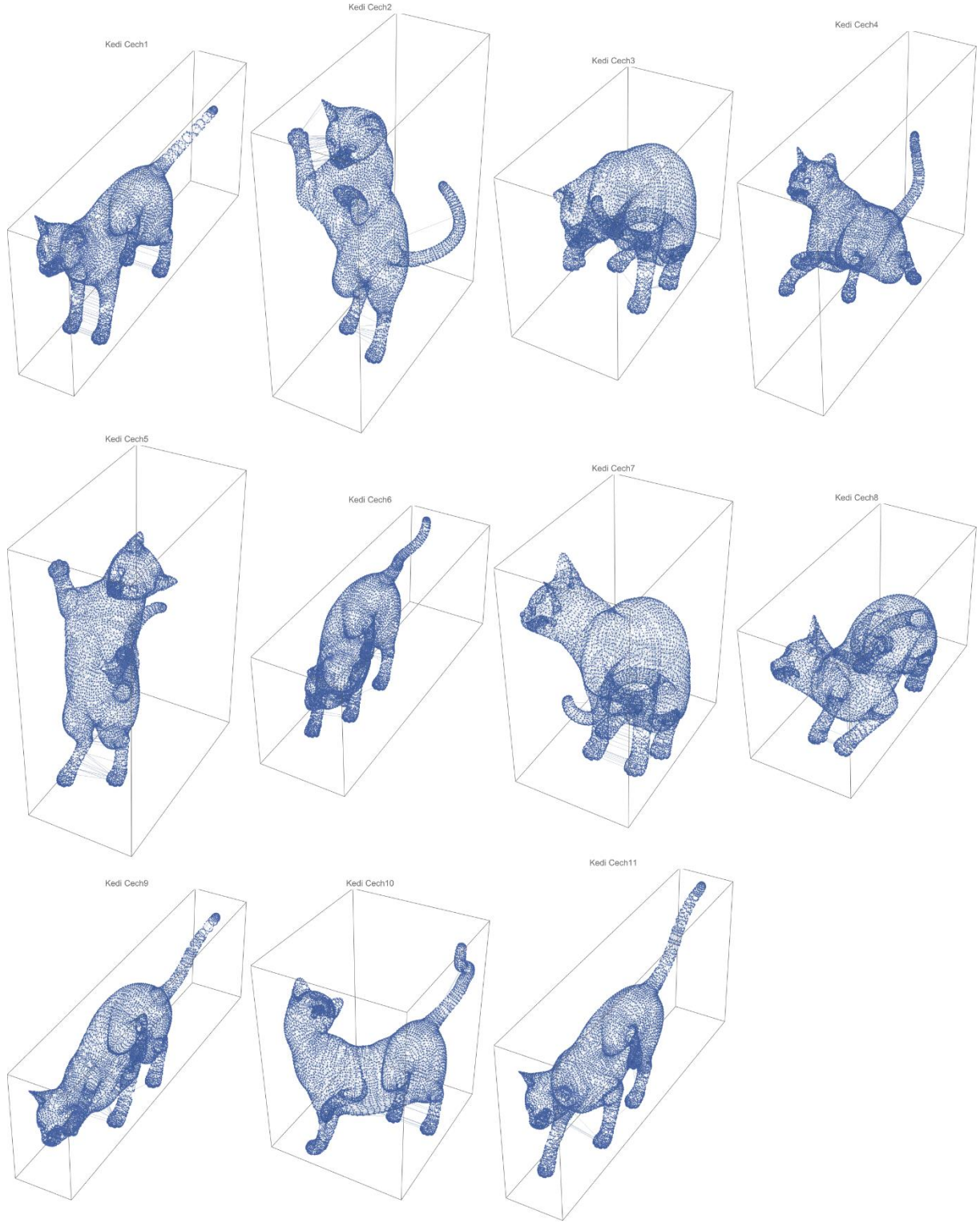


Şekil 3.51 – Kurt modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri

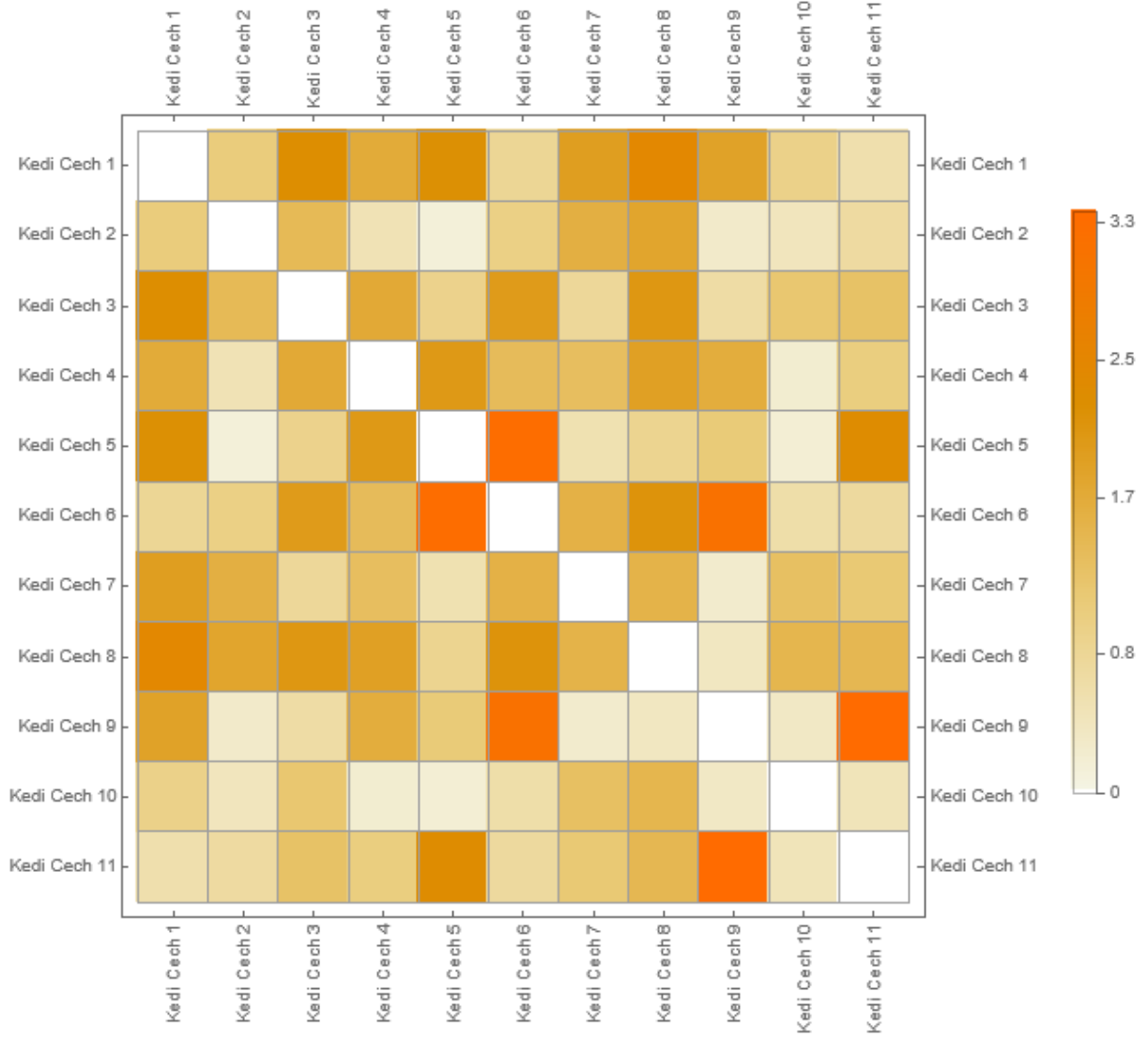


Şekil 3.52 – Sentor modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

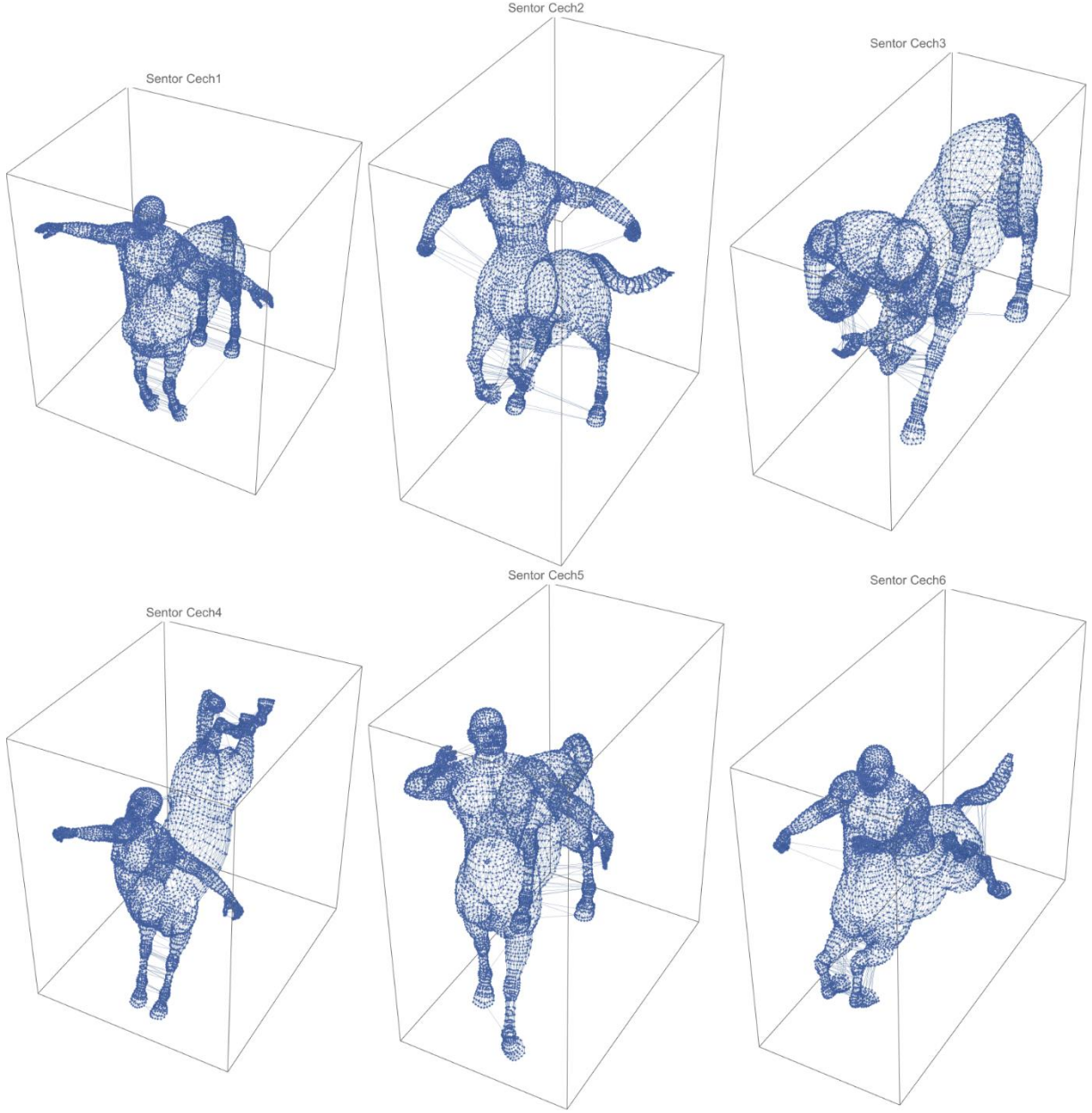
SHREC11 – TOSCA veri seti içerisinde elde edilmiş Cech komplekslerinin 1-iskeletleri ve her bir iskelet sınıfına ait çekirdek matrisleri Şekil 3.53- Şekil 3.68 arasında verilmiştir.



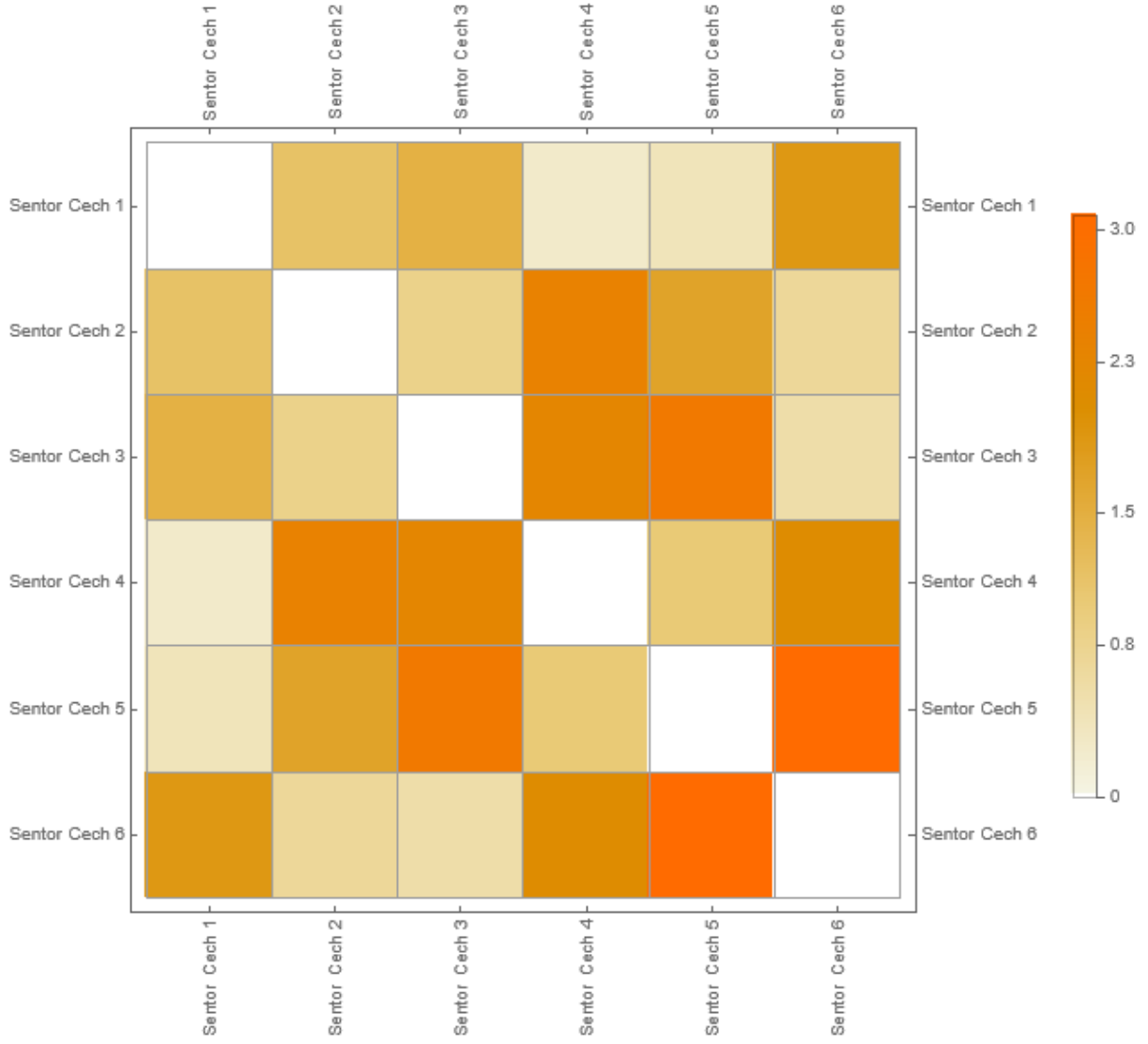
Şekil 3.53 – Kedi modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



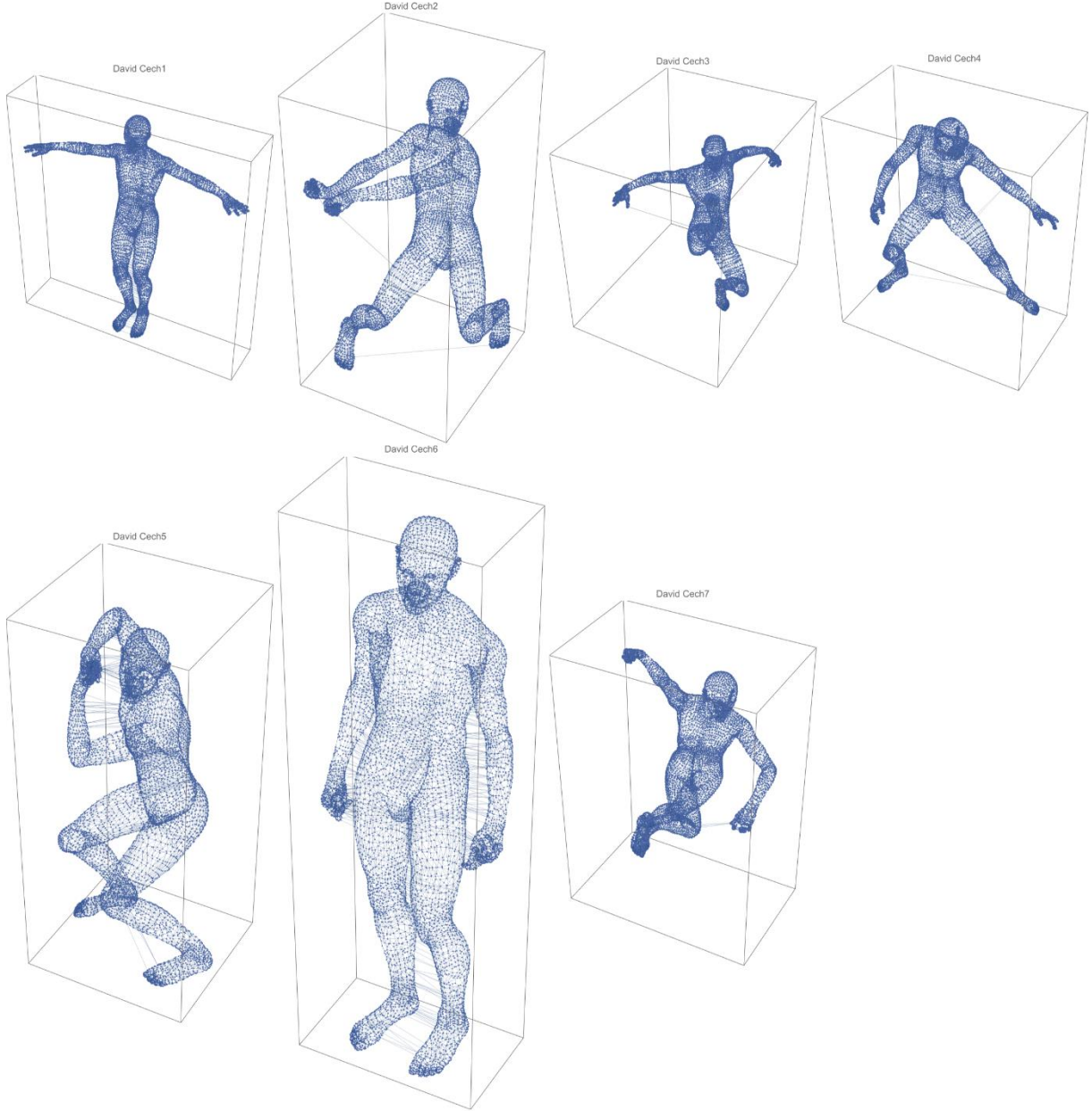
Şekil 3.54 – Kedi modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



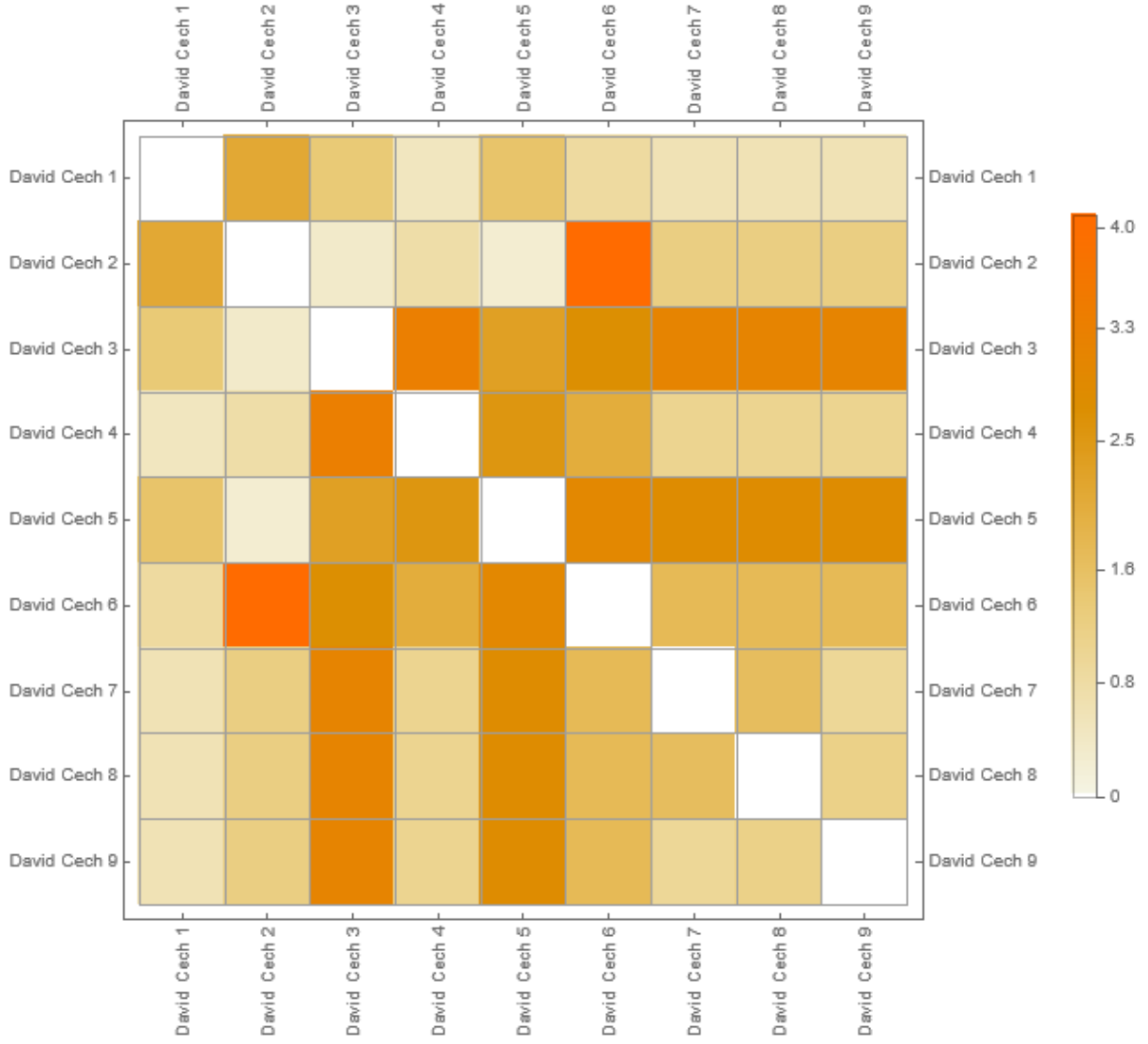
Şekil 3.55 – Sentor modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



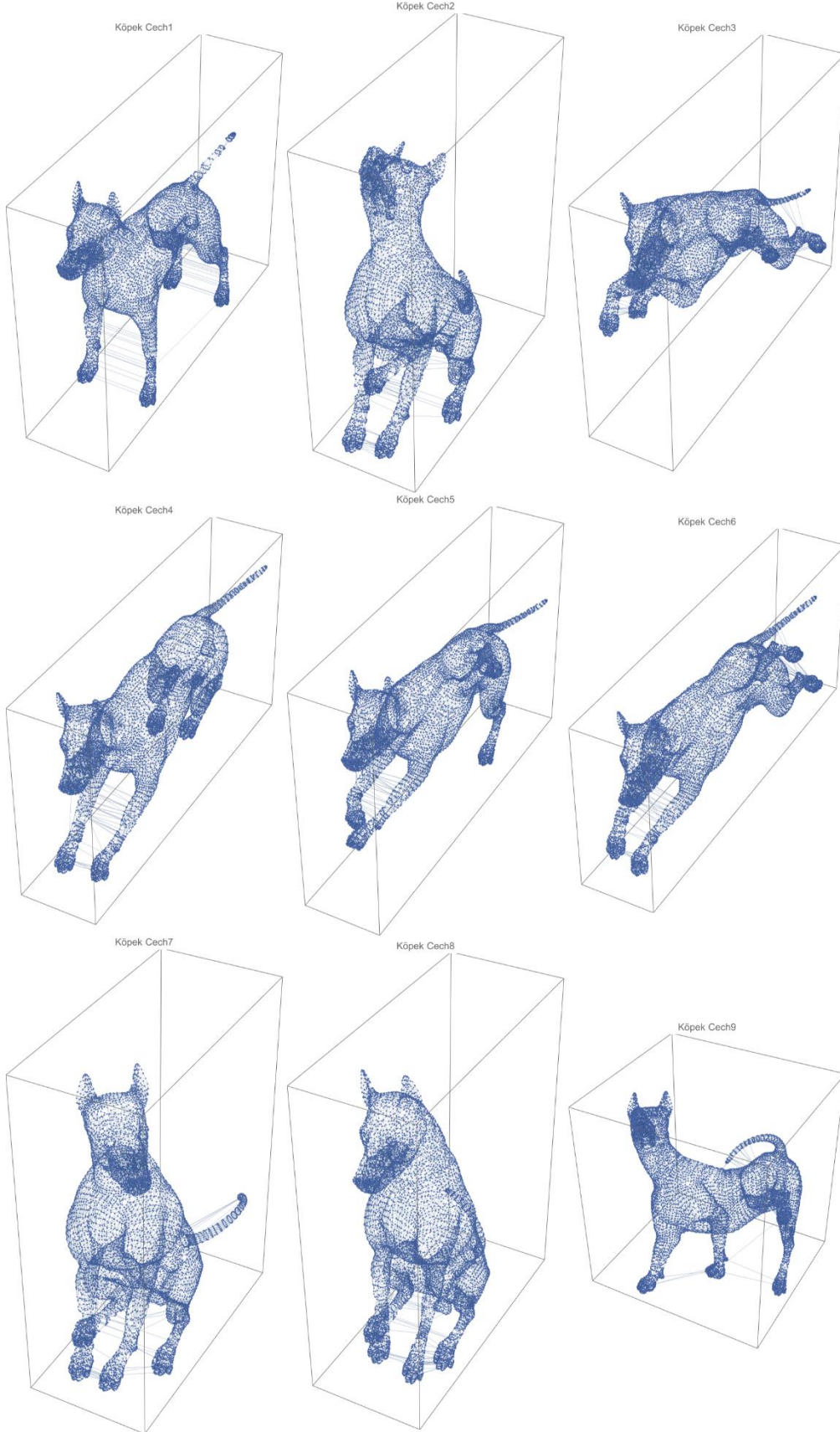
Şekil 3.56 – Sentor modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



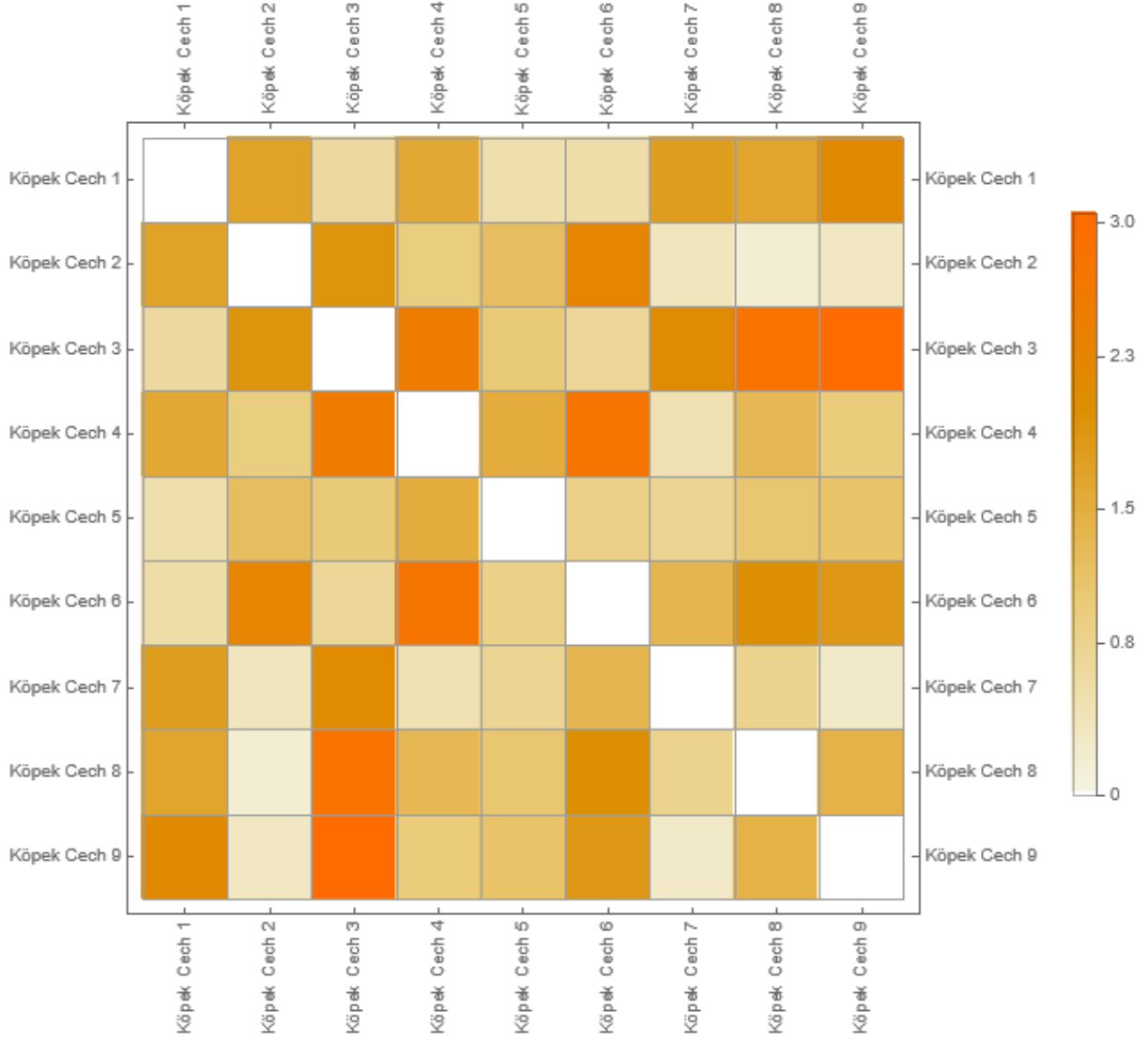
Şekil 3.57 – David modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



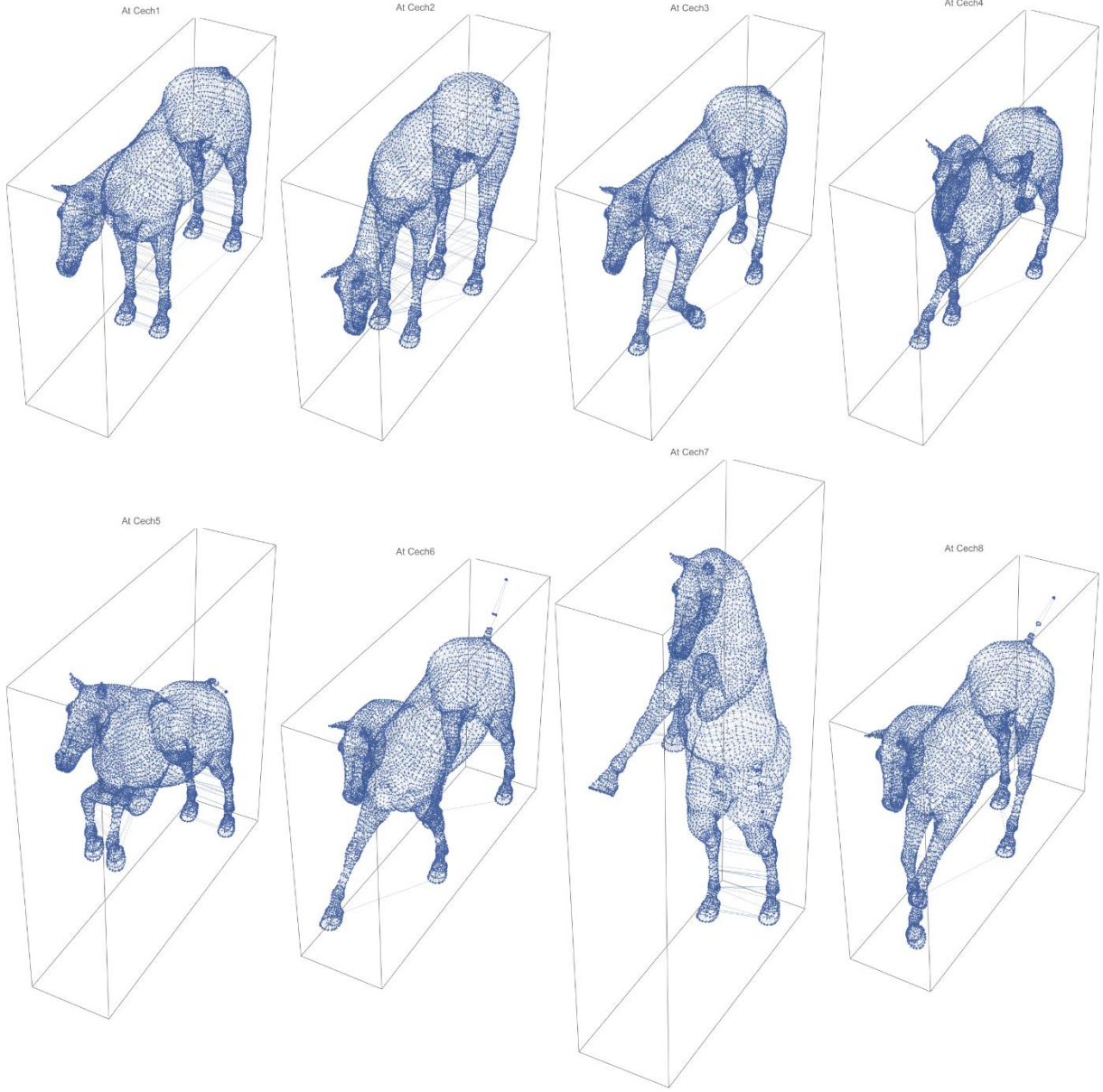
Şekil 3.58 – David modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



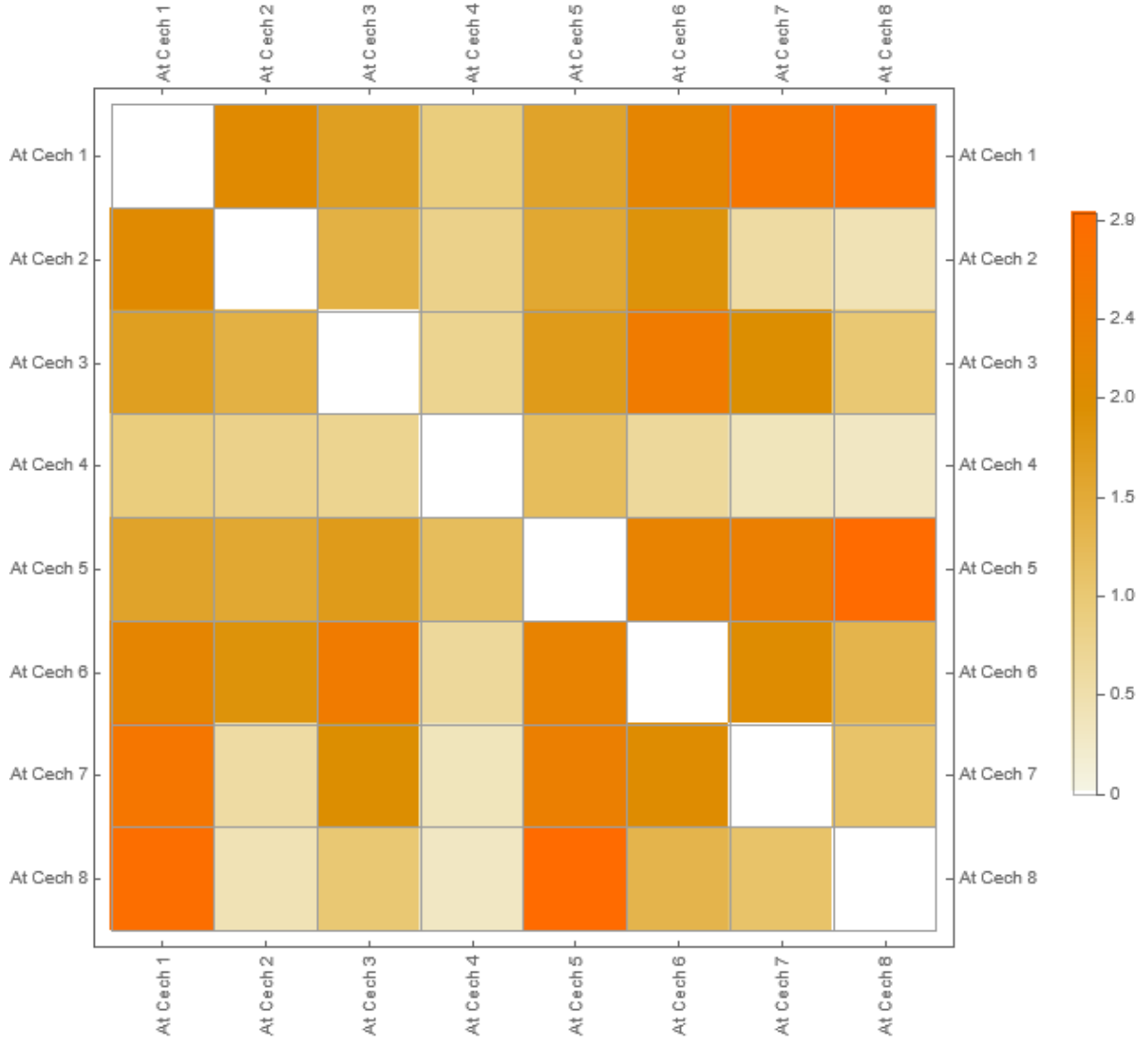
Şekil 3.59 – Köpek modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



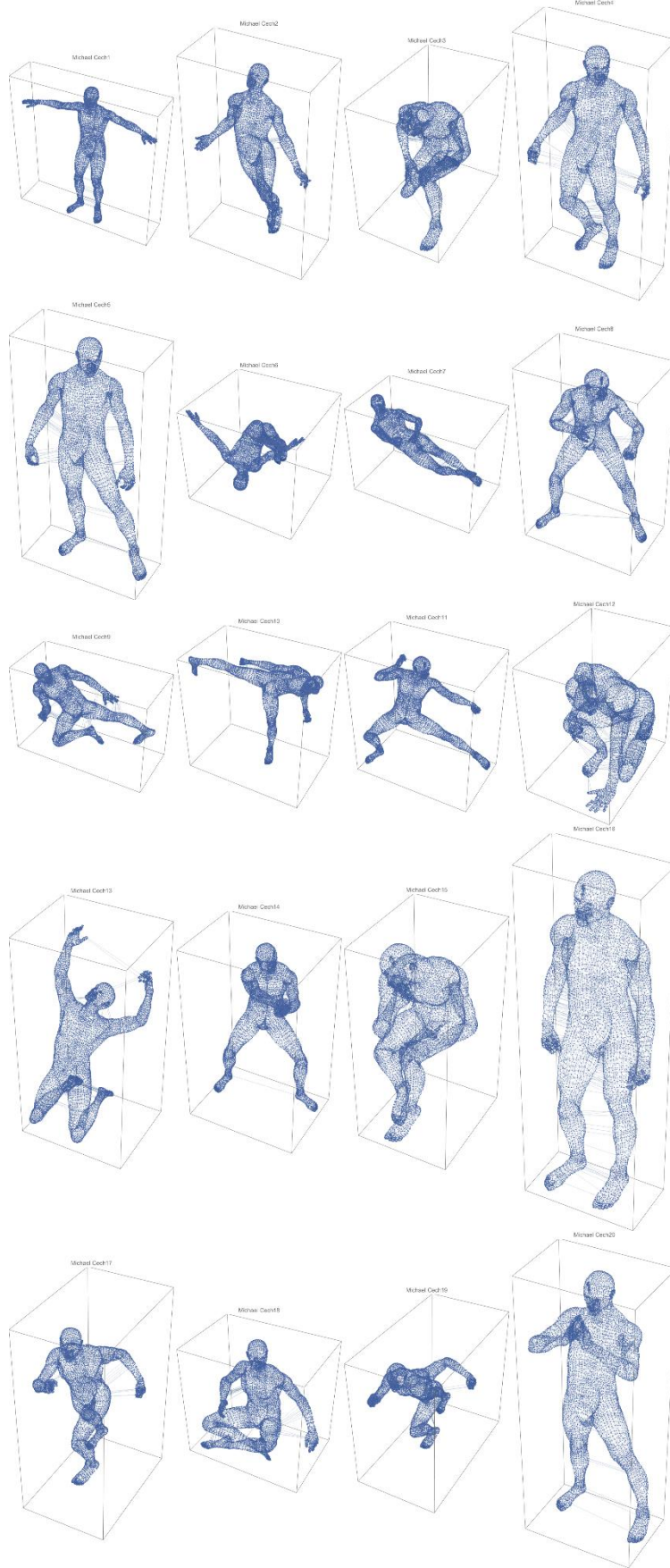
Şekil 3.60 – Köpek modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



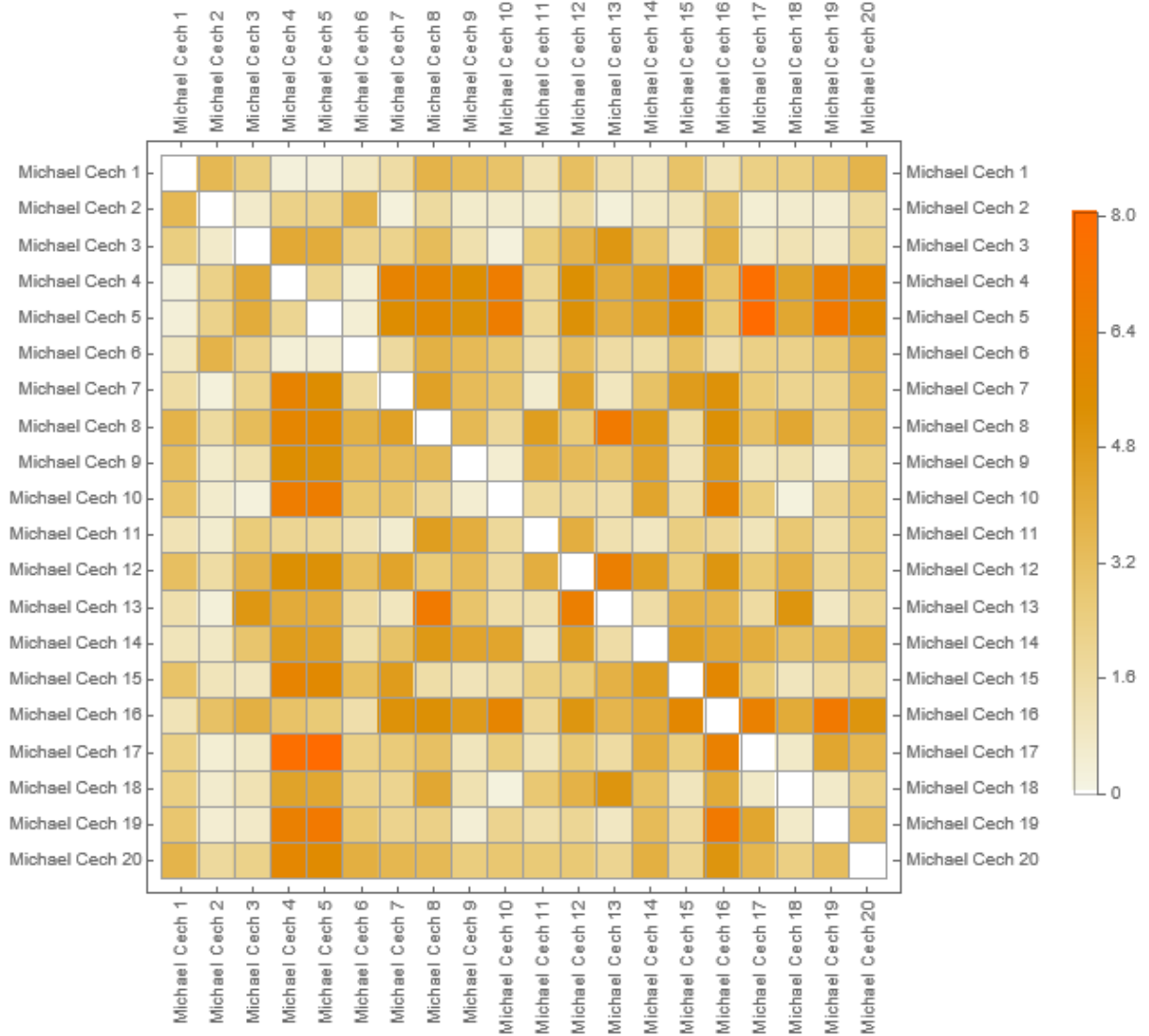
Şekil 3.61 – At modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



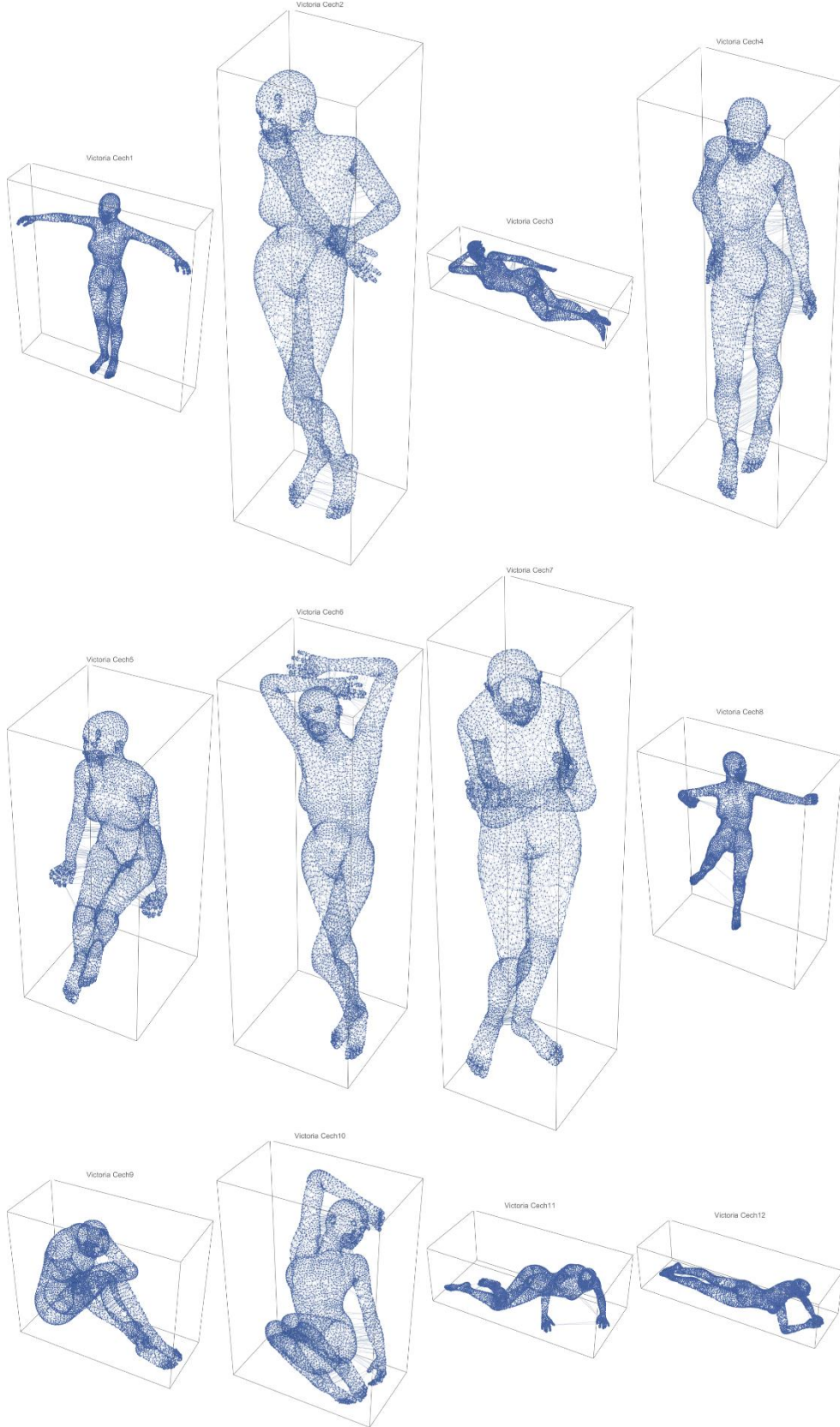
Şekil 3.63 – At modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



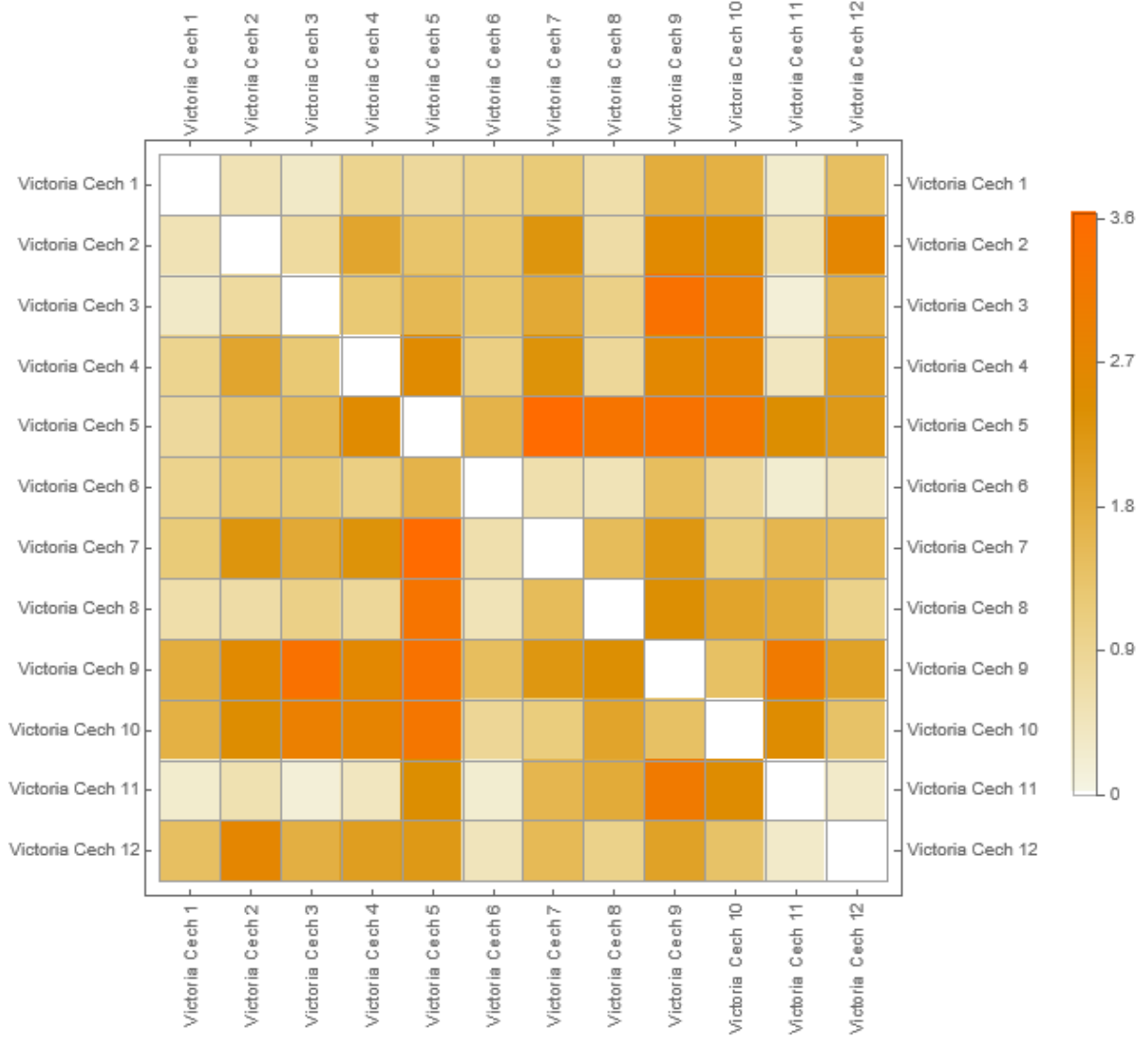
Şekil 3.63 – Michael modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



Şekil 3.64 – Michael modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

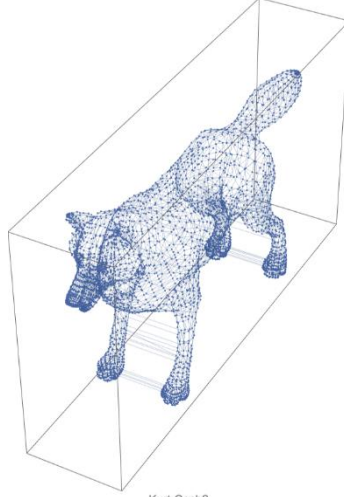


Şekil 3.65 – Victoria modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri

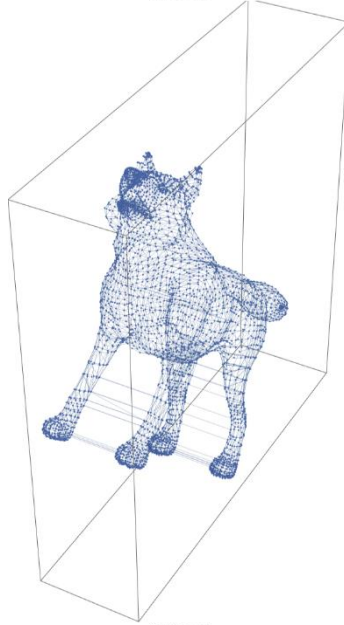


Şekil 3.66 – Victoria modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

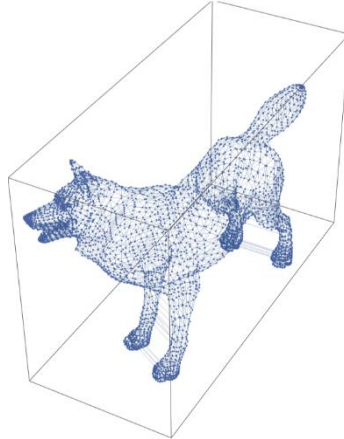
Kurt Cech1



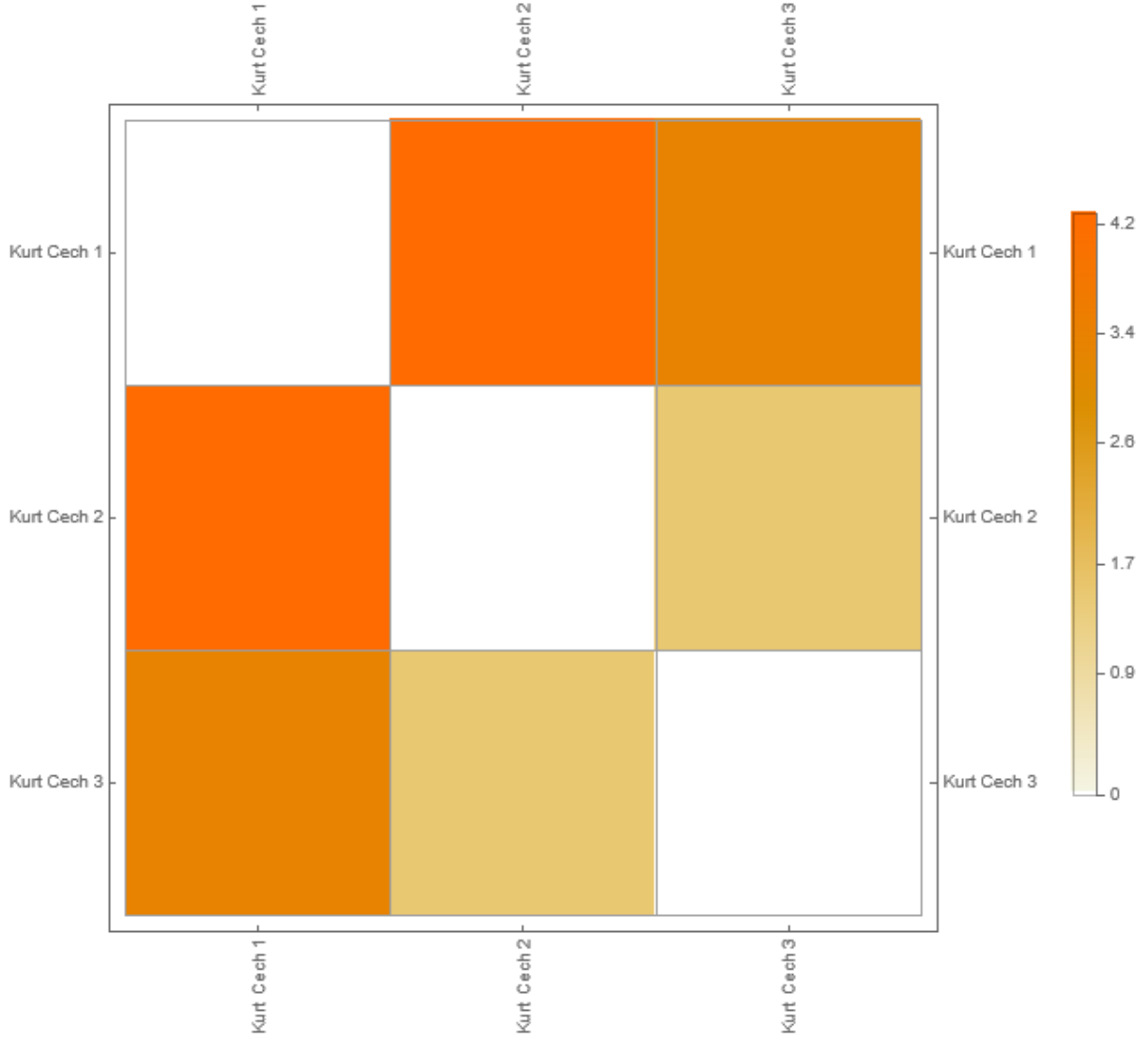
Kurt Cech2



Kurt Cech3

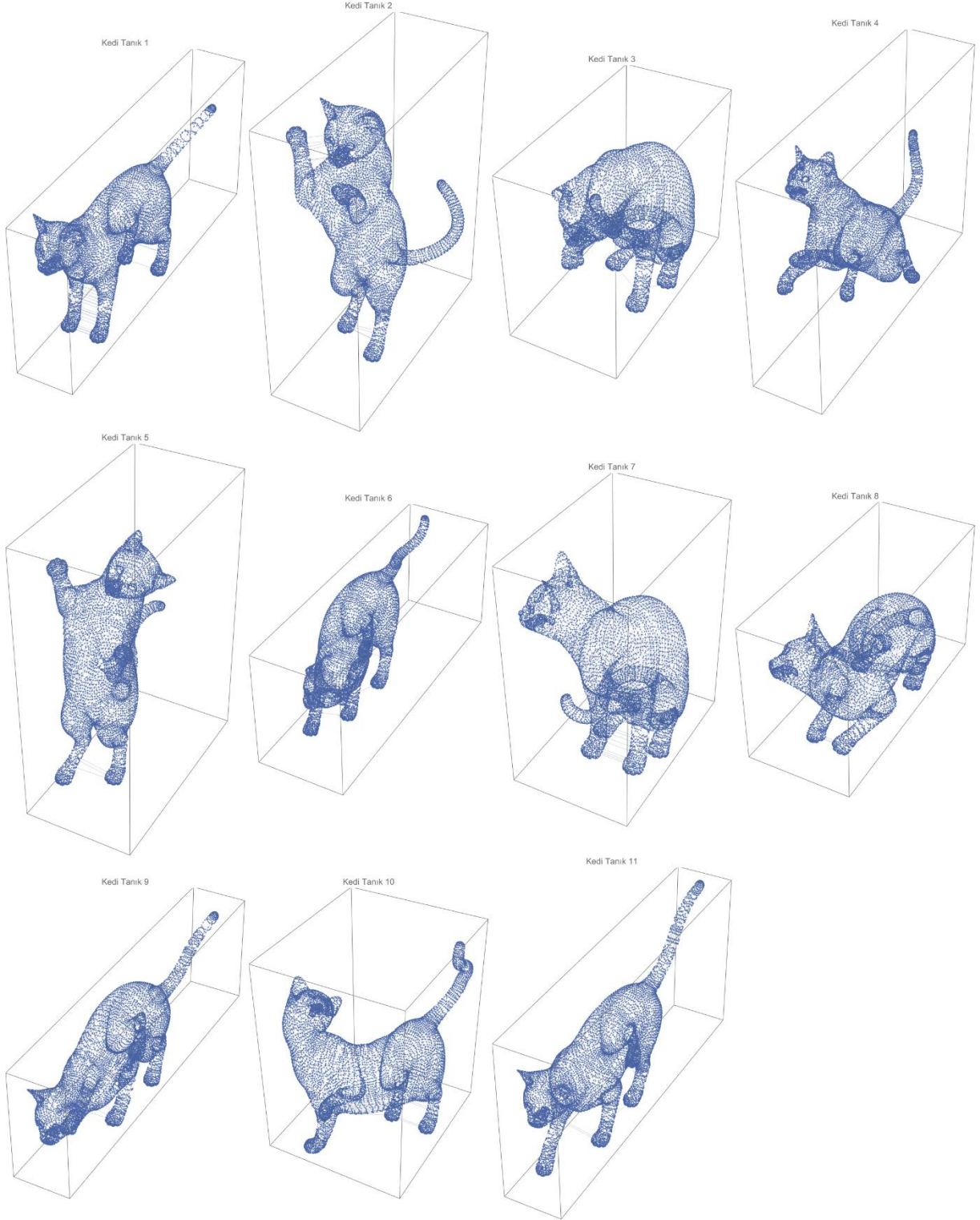


Şekil 3.67 – Kurt modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri

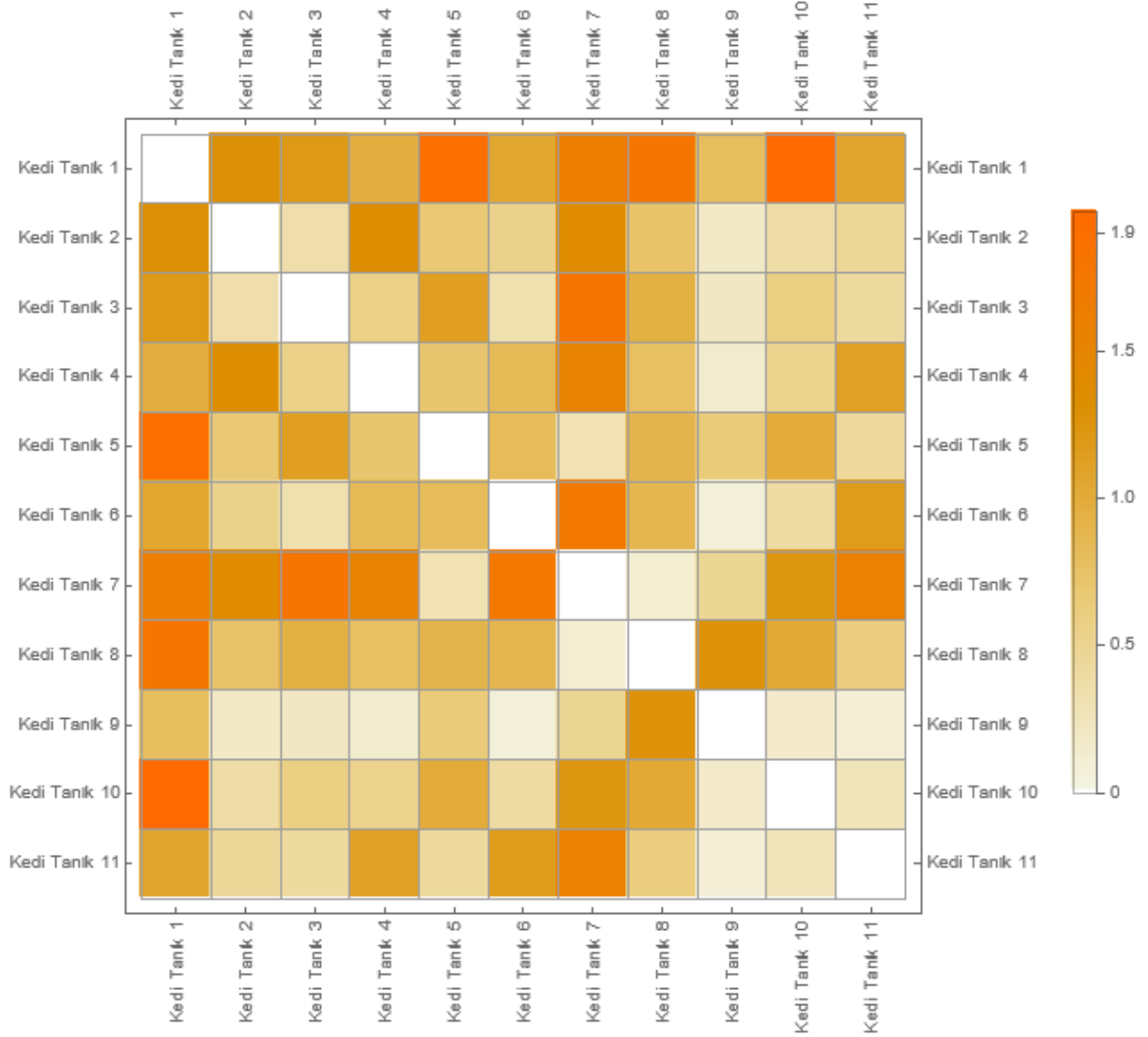


Şekil 3.68 – Kurt modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

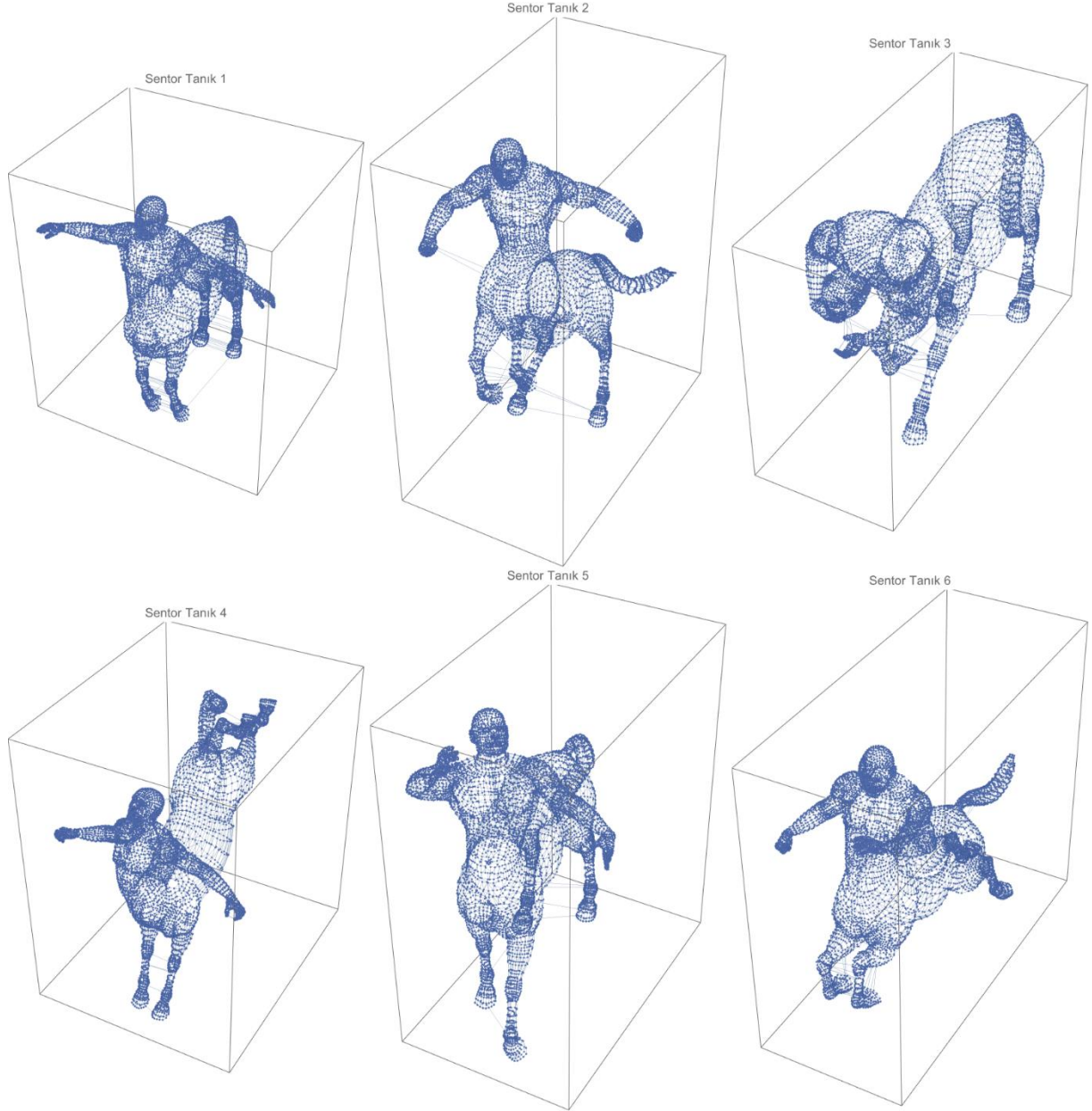
SHREC11 – TOSCA veri seti içerisinde elde edilmiş Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri ve her bir iskelet sınıfına ait çekirdek matrisleri Şekil 3.69- Şekil 3.84 arasında verilmiştir.



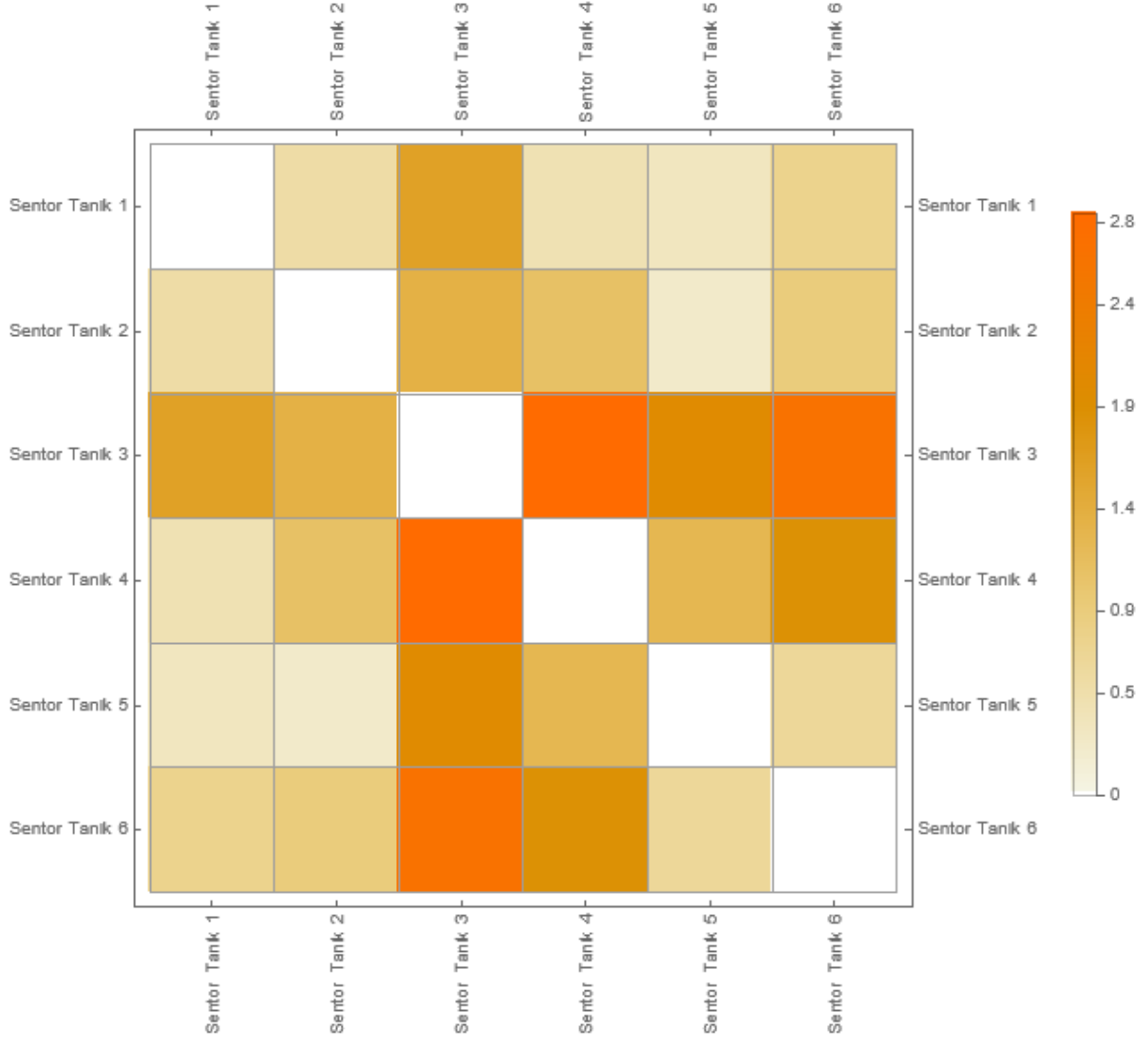
Şekil 3.69 – Kedi modelleri için Tanik komplekslerinin 1-iskeletleri



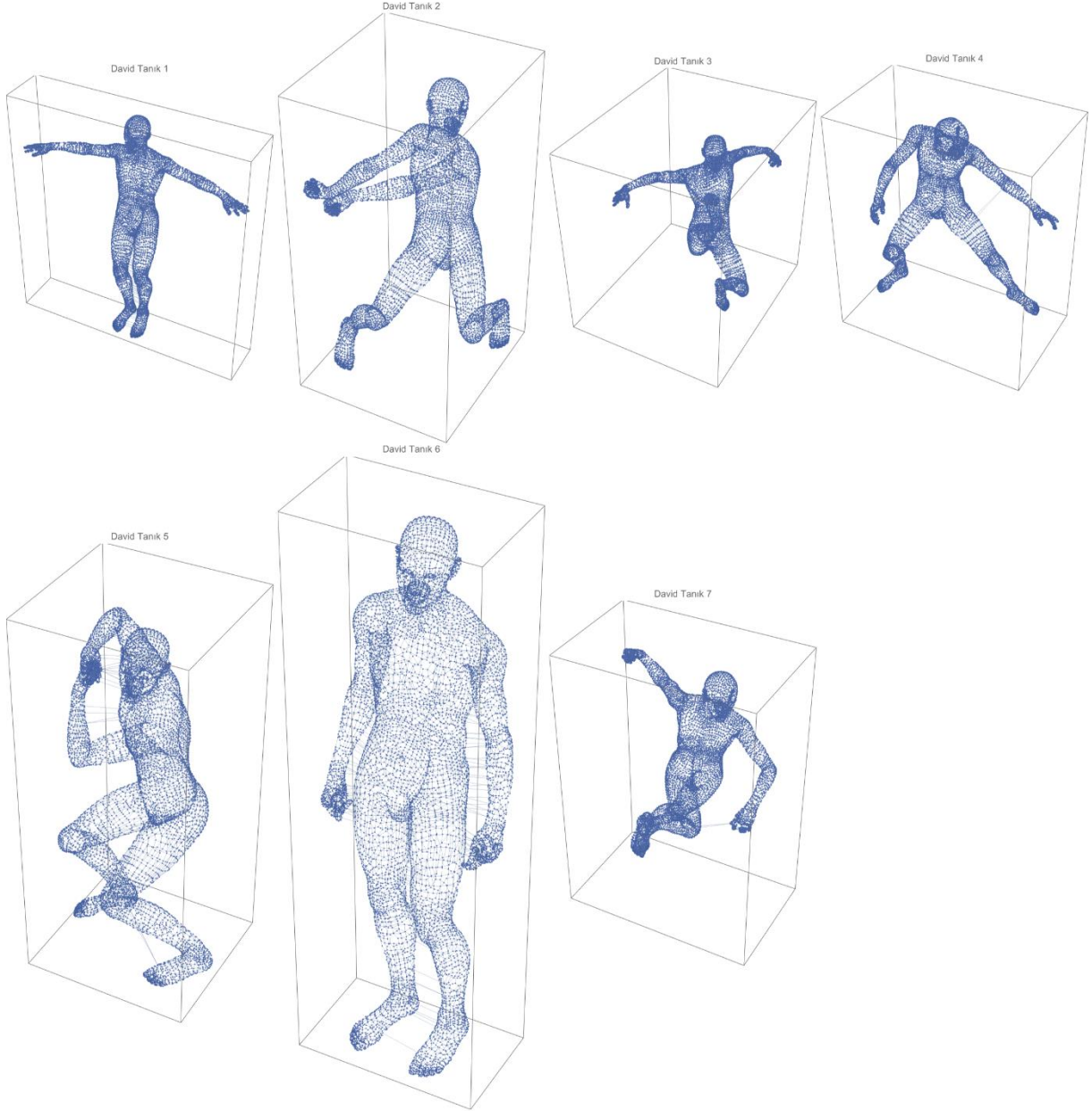
Şekil 3.70 – Kedi modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



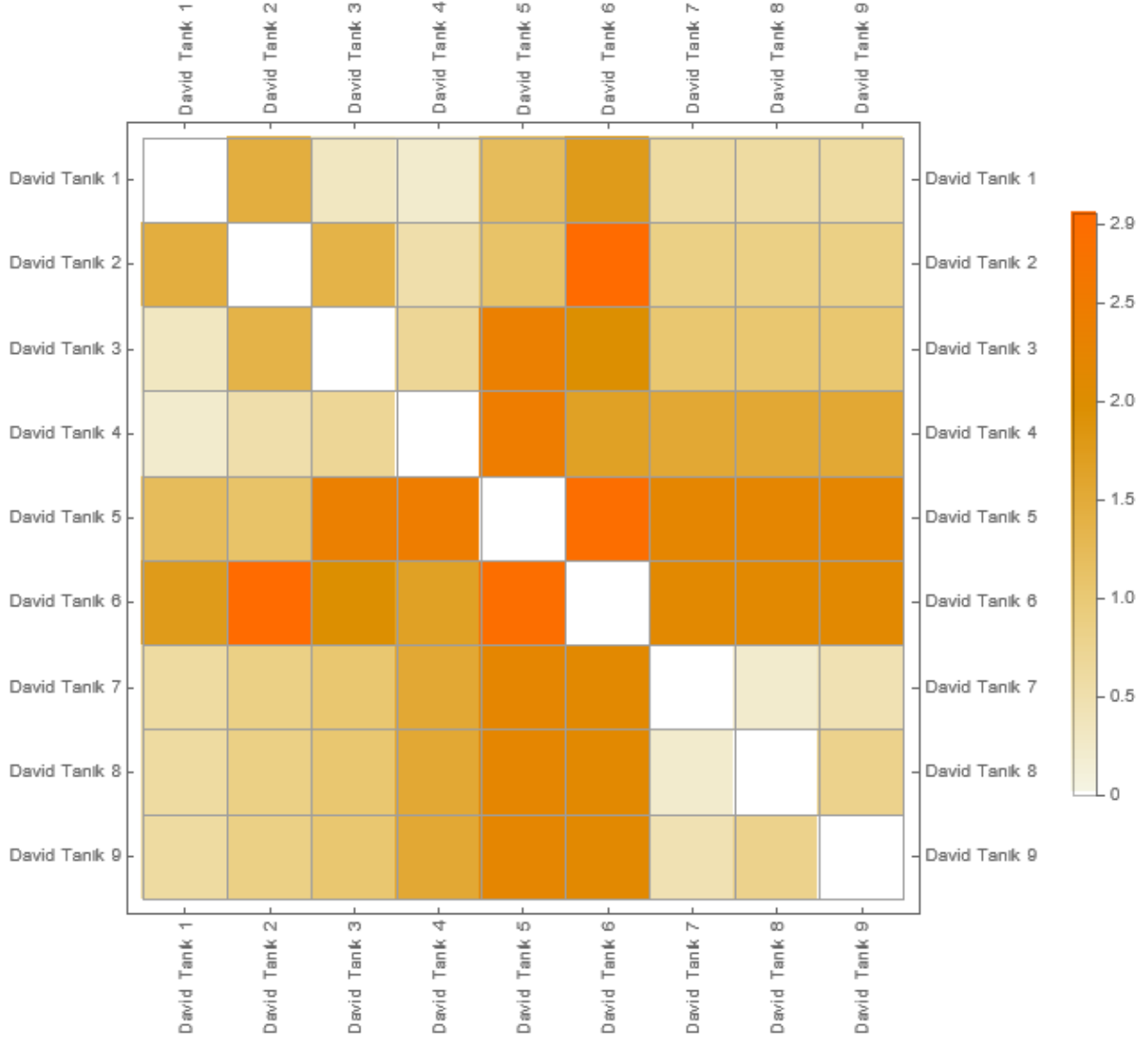
Şekil 3.71 – Sentor modelleri için Tanik komplekslerinin 1-iskeletleri



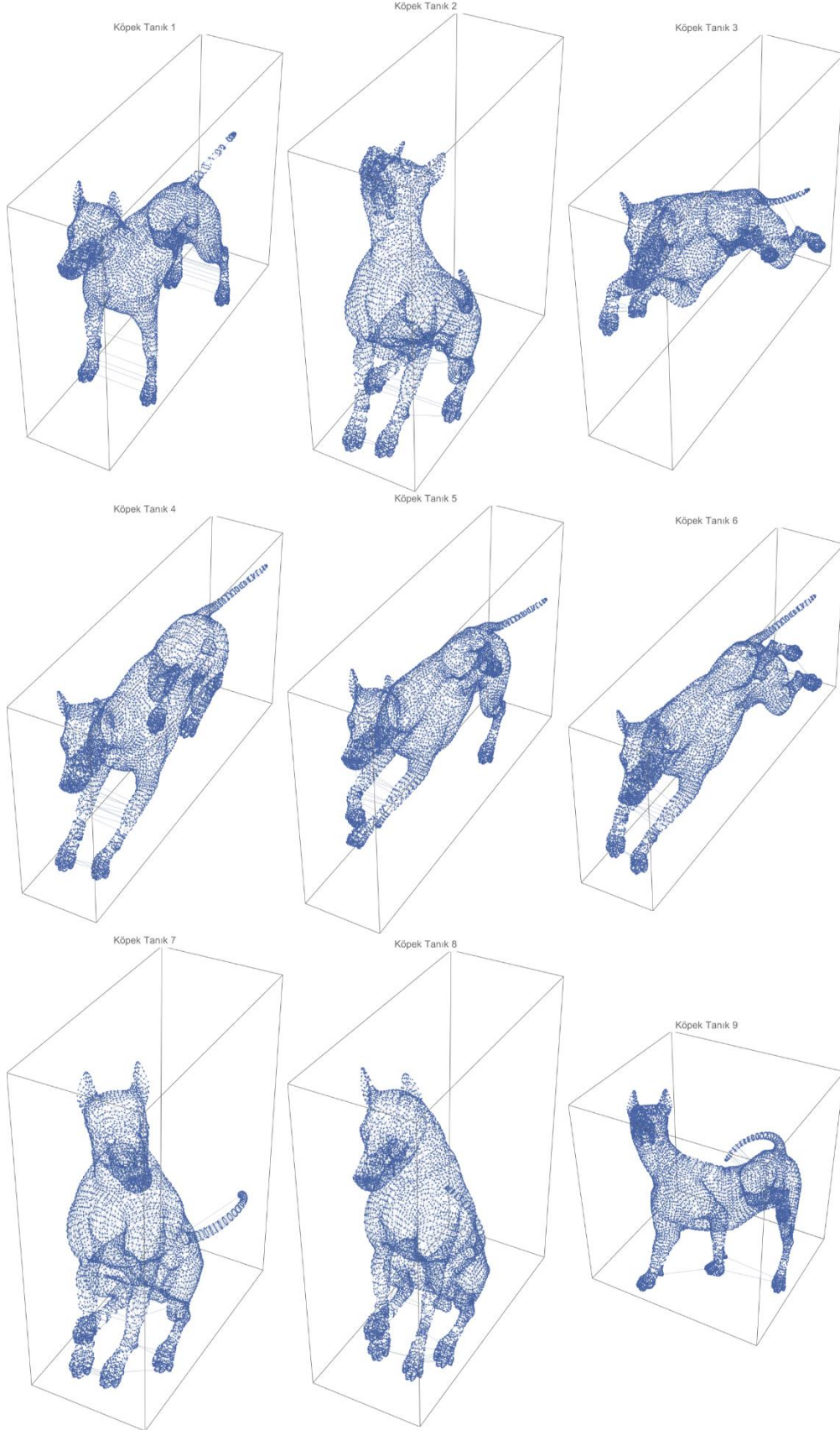
Şekil 3.72 – Sentor modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



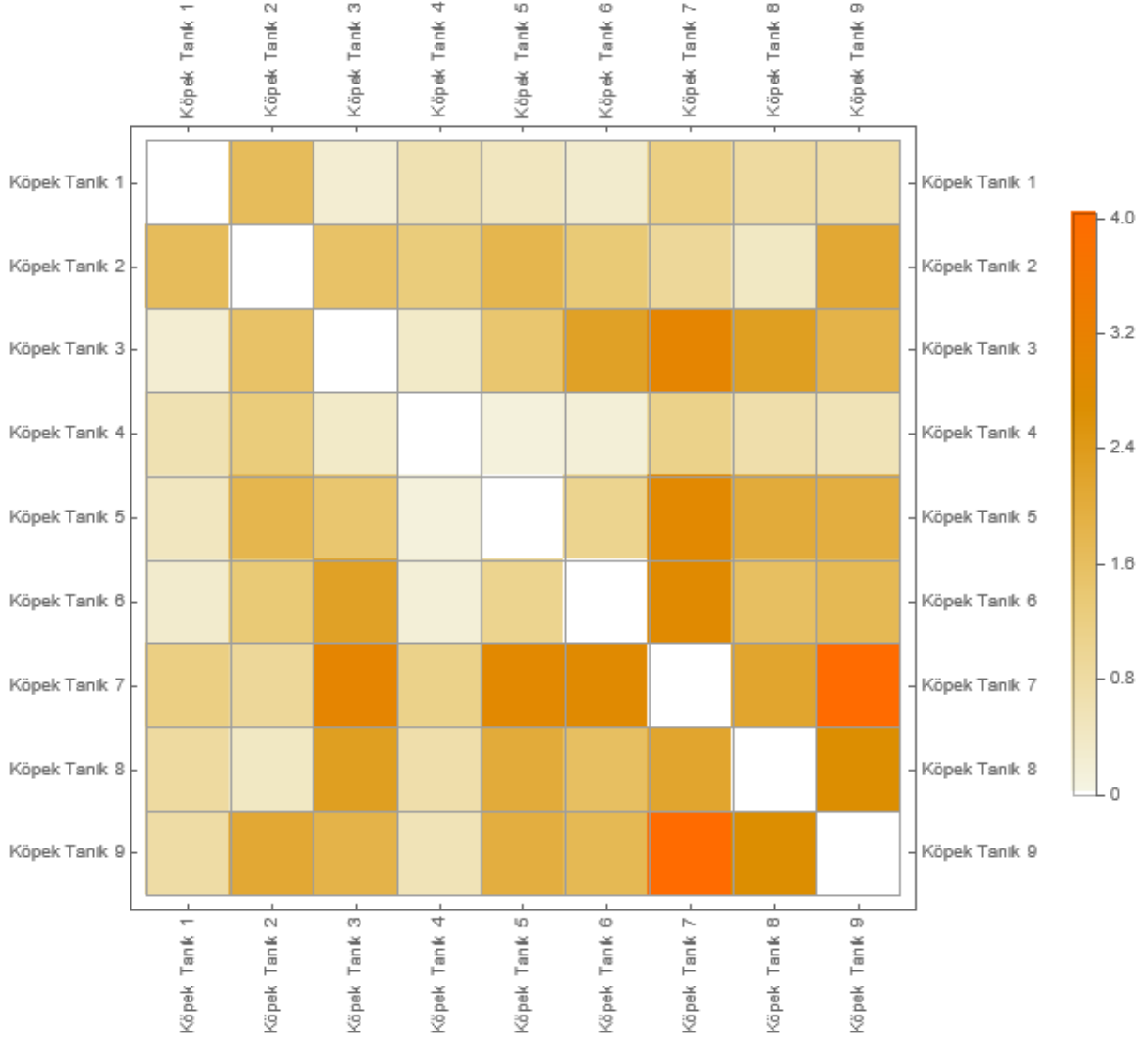
Şekil 3.73 – David modelleri için Tanik komplekslerinin 1-iskeletleri



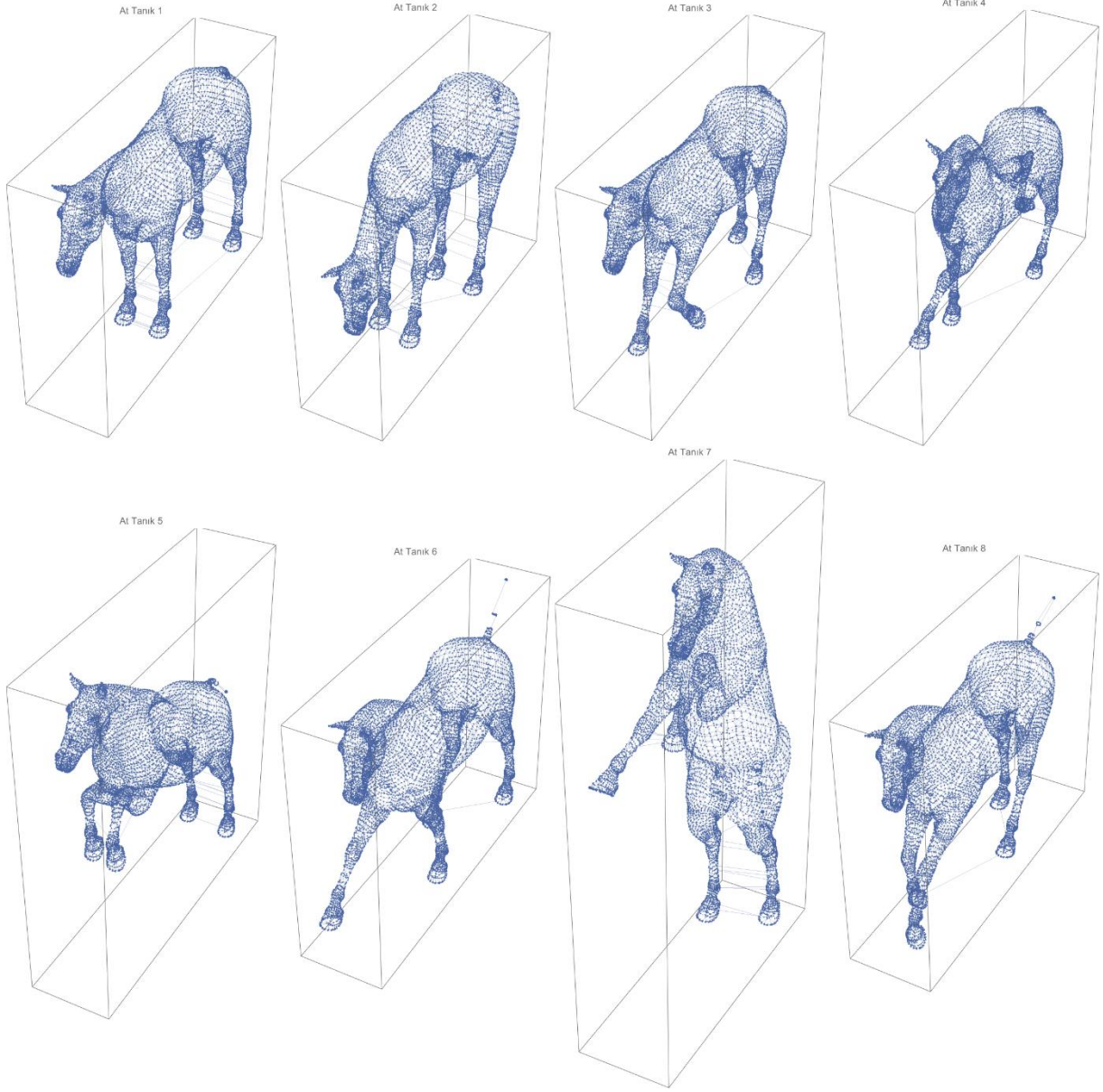
Şekil 3.74 – David modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



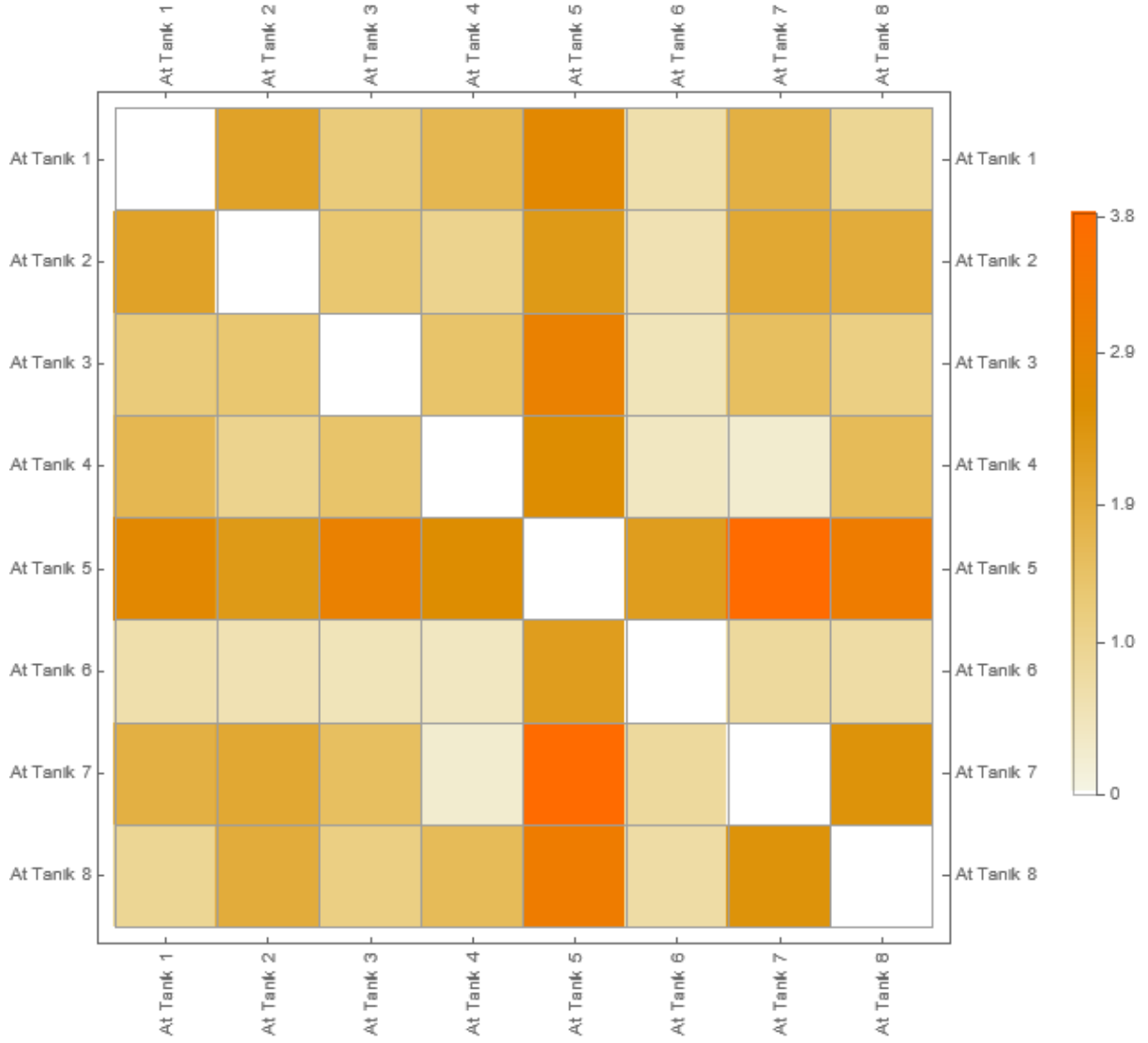
Şekil 3.75 – Köpek modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



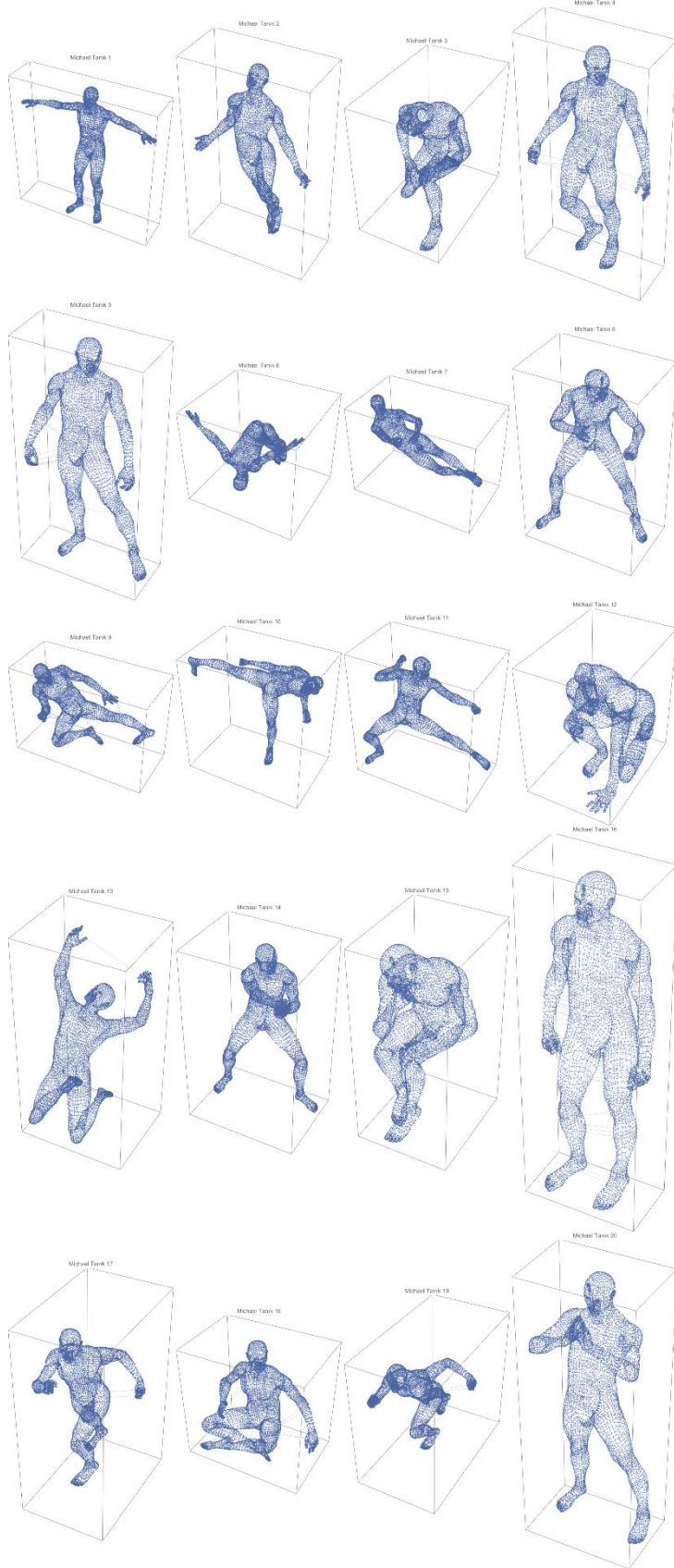
Şekil 3.76 – Köpek modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



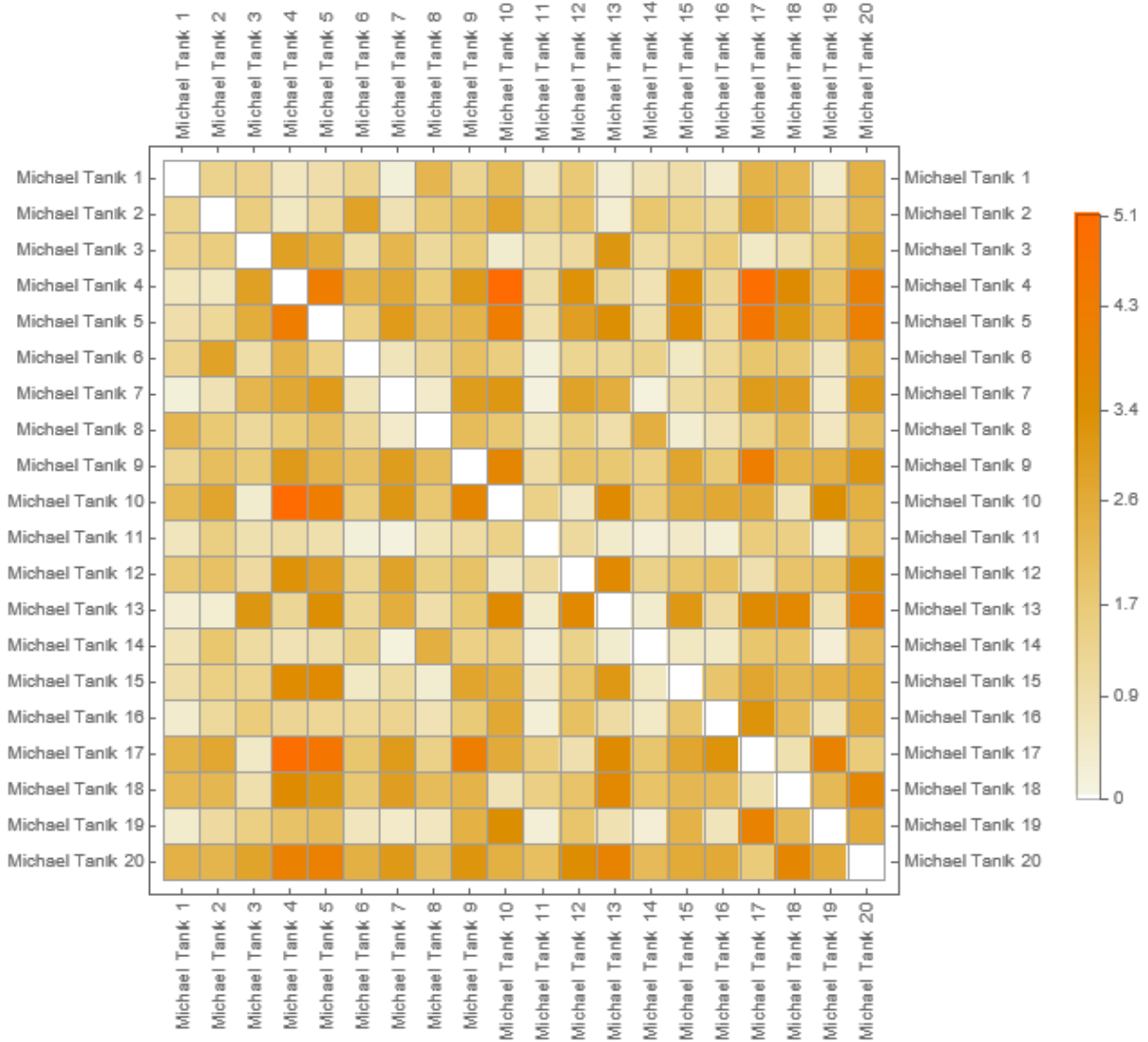
Şekil 3.77 – At modelleri için Tanik komplekslerinin 1-iskeletleri



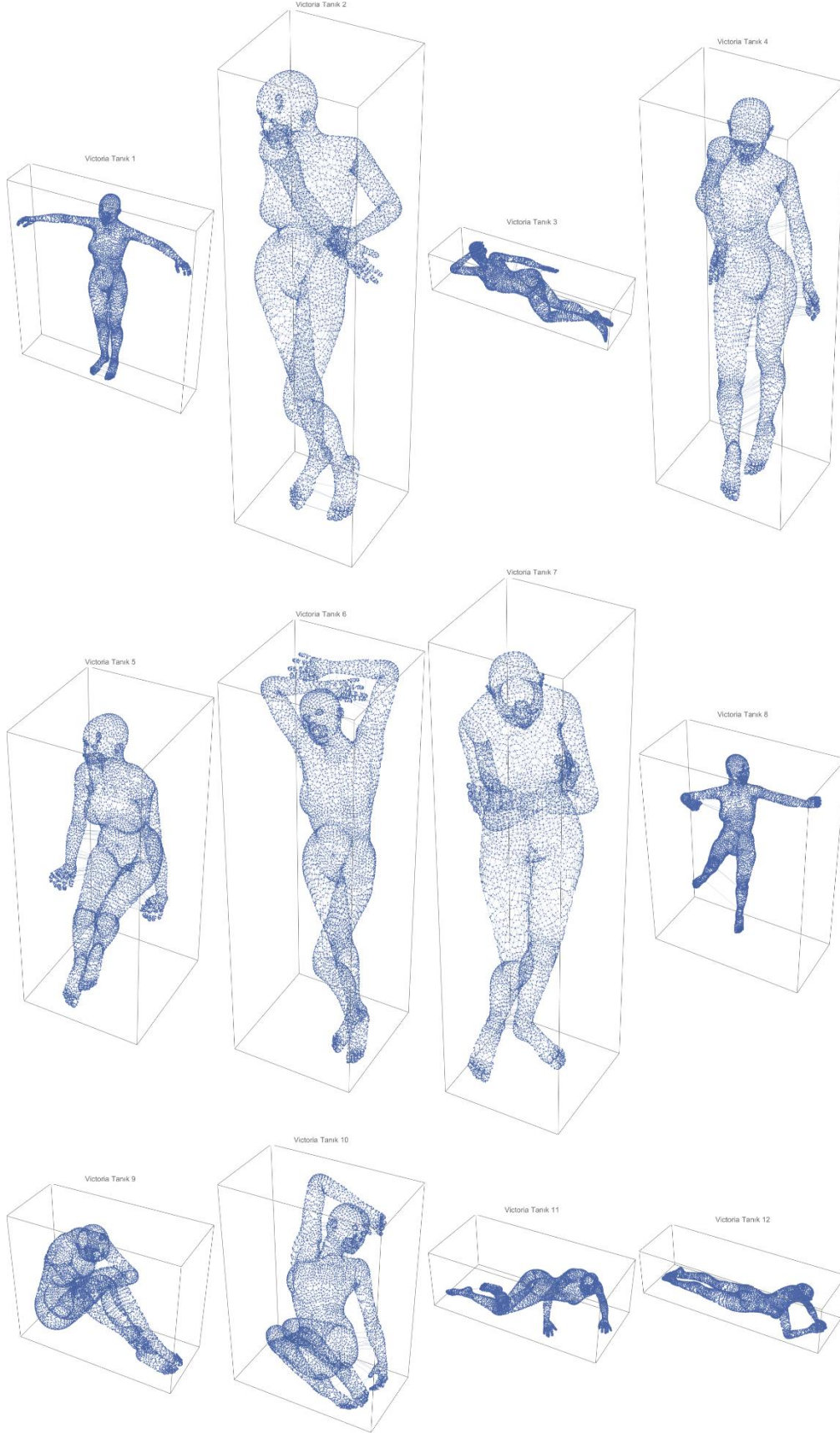
Şekil 3.78 – At modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi



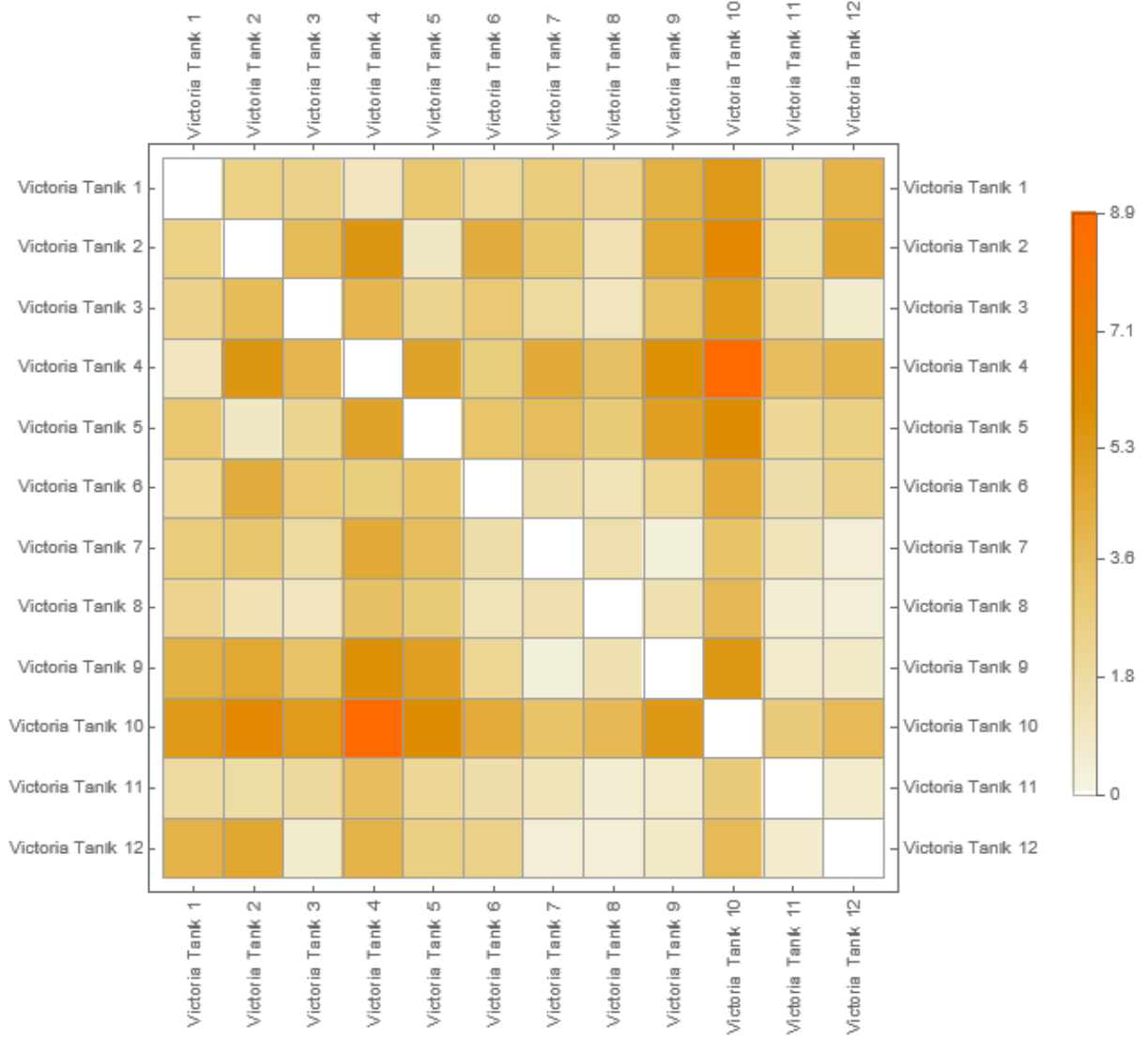
Şekil 3.79 – Michael modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



Şekil 3.80 – Michael modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

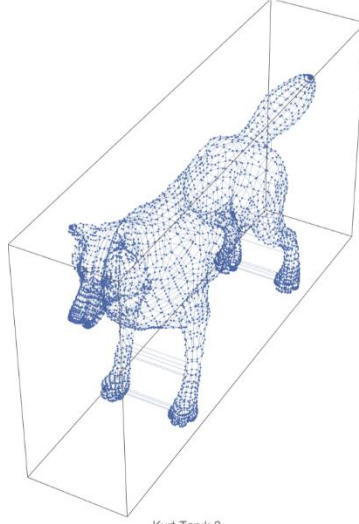


Şekil 3.81 – Victoria modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletleri

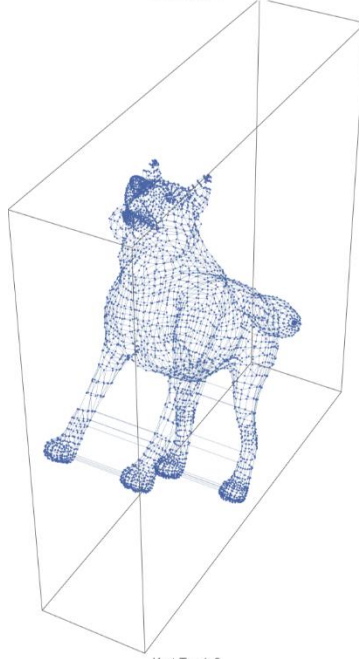


Şekil 3.82 – Victoria modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

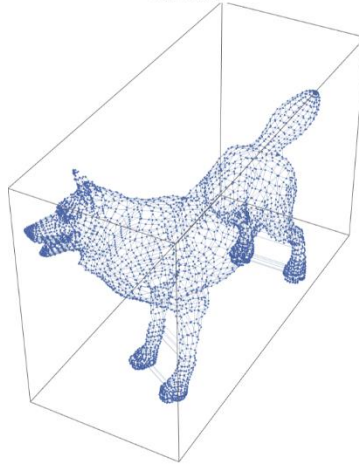
Kurt Tanık 1



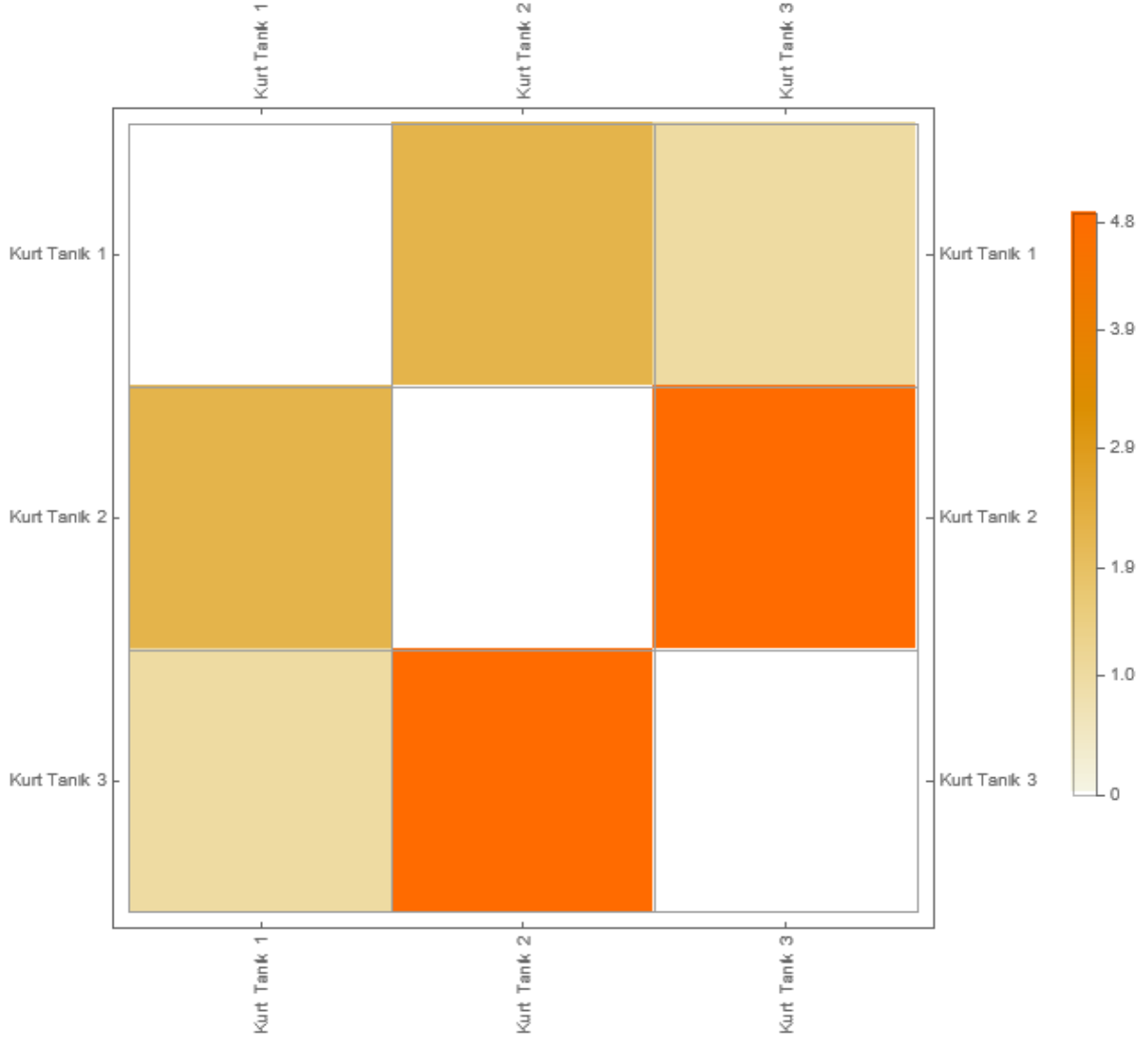
Kurt Tanık 2



Kurt Tanık 3



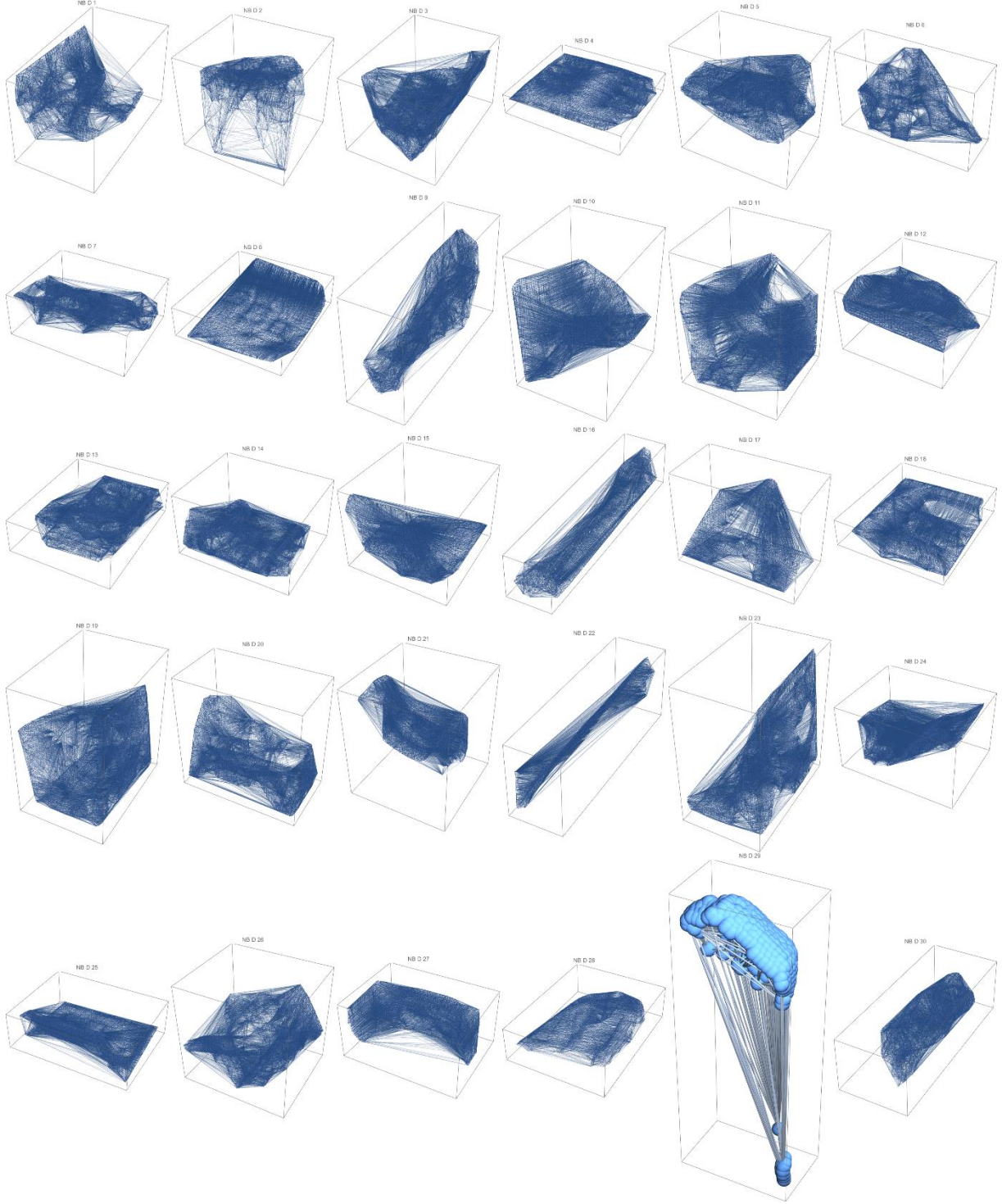
Şekil 3.83 – Kurt modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



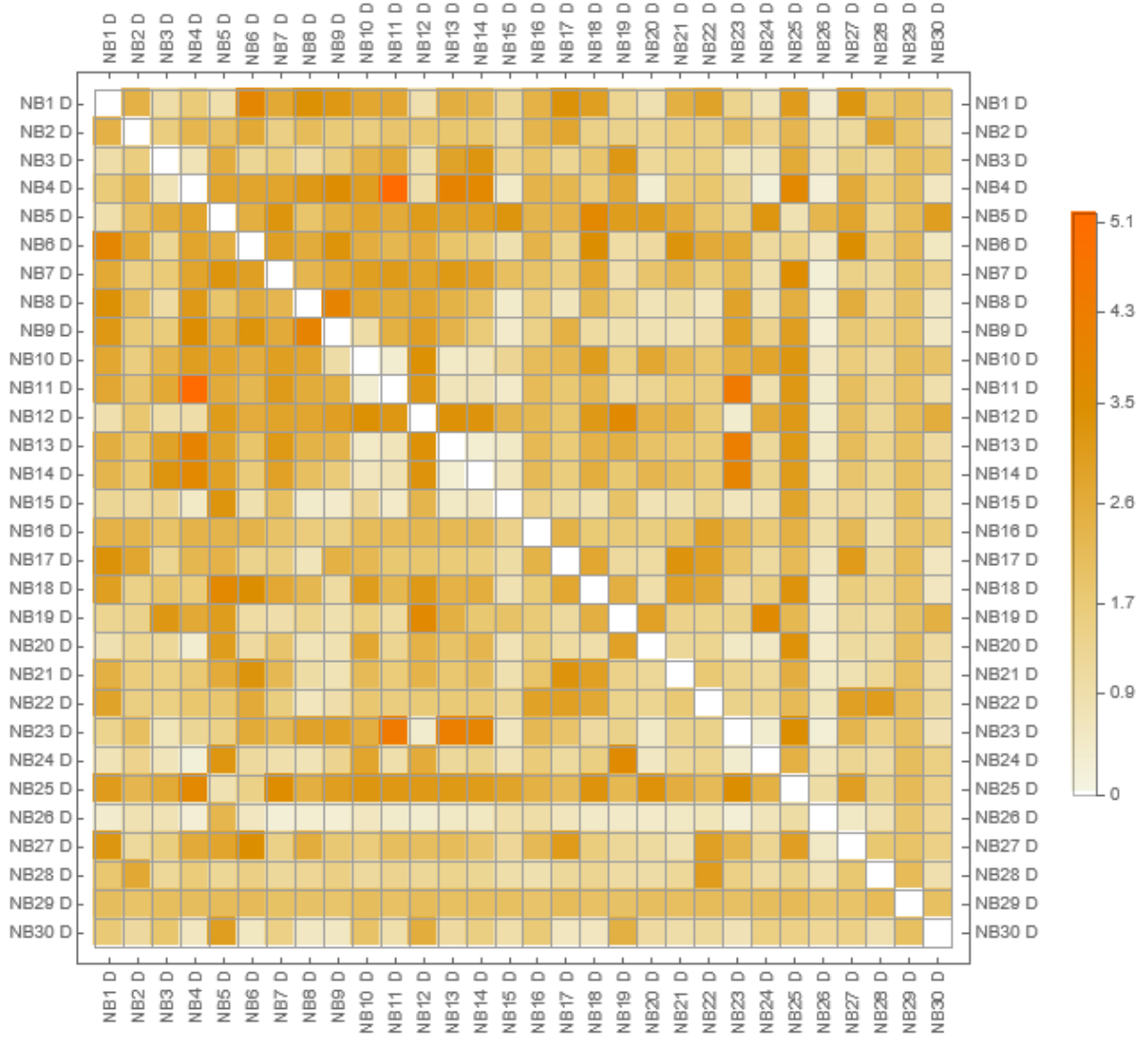
Şekil 3.84 – Kurt modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerinden elde edilen çekirdek matrisi

3.4 3B TARAMA VERİ SETİNE AİT SONUÇLAR

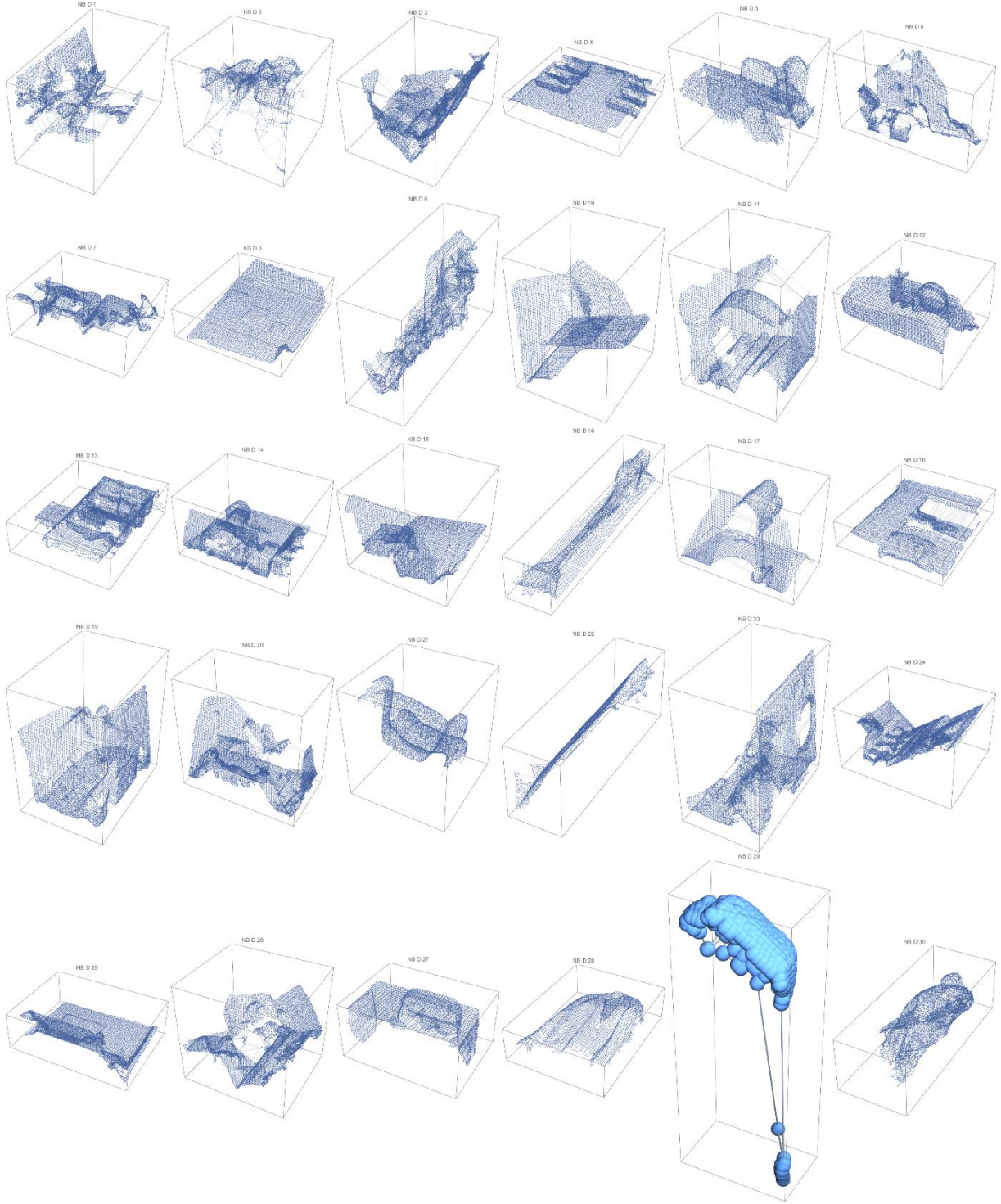
LIDAR teknolojisine sahip tarayıcılar kullanılarak elde edilen nokta bulutlarına ait sonuçlar bu bölümde sunulmaktadır. Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri ve çekirdek matrisleri sırasıyla Şekil 3.85- Şekil 3.86'da, Cech komplekslerinin 1-iskeletleri ve çekirdek matrisleri sırasıyla Şekil 3.87- Şekil 3.88'de ve Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri ve çekirdek matrisleri sırasıyla Şekil 3.89- Şekil 3.90'da verilmiştir.



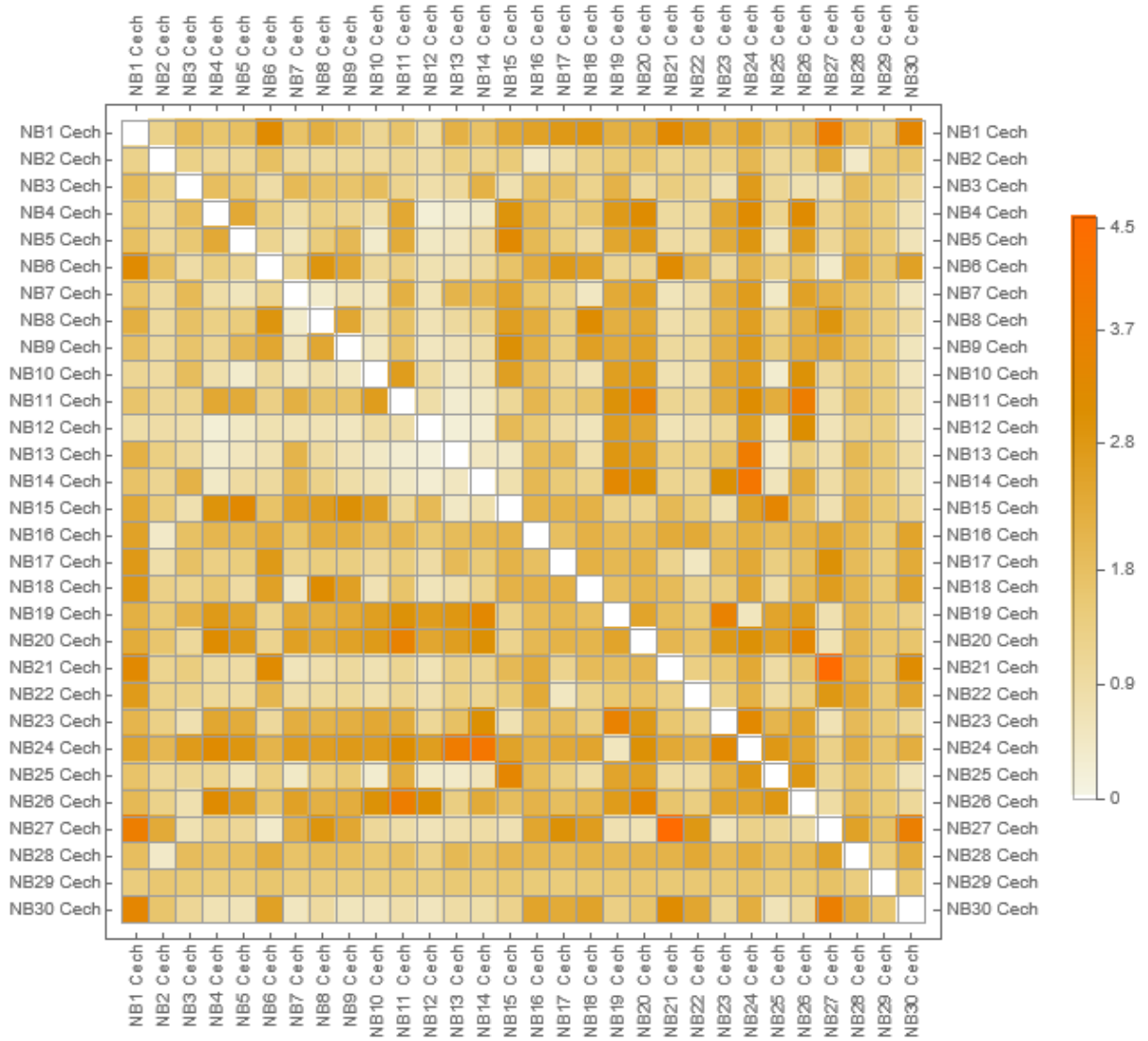
Şekil 3.85 – NB1-NB30 modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletleri



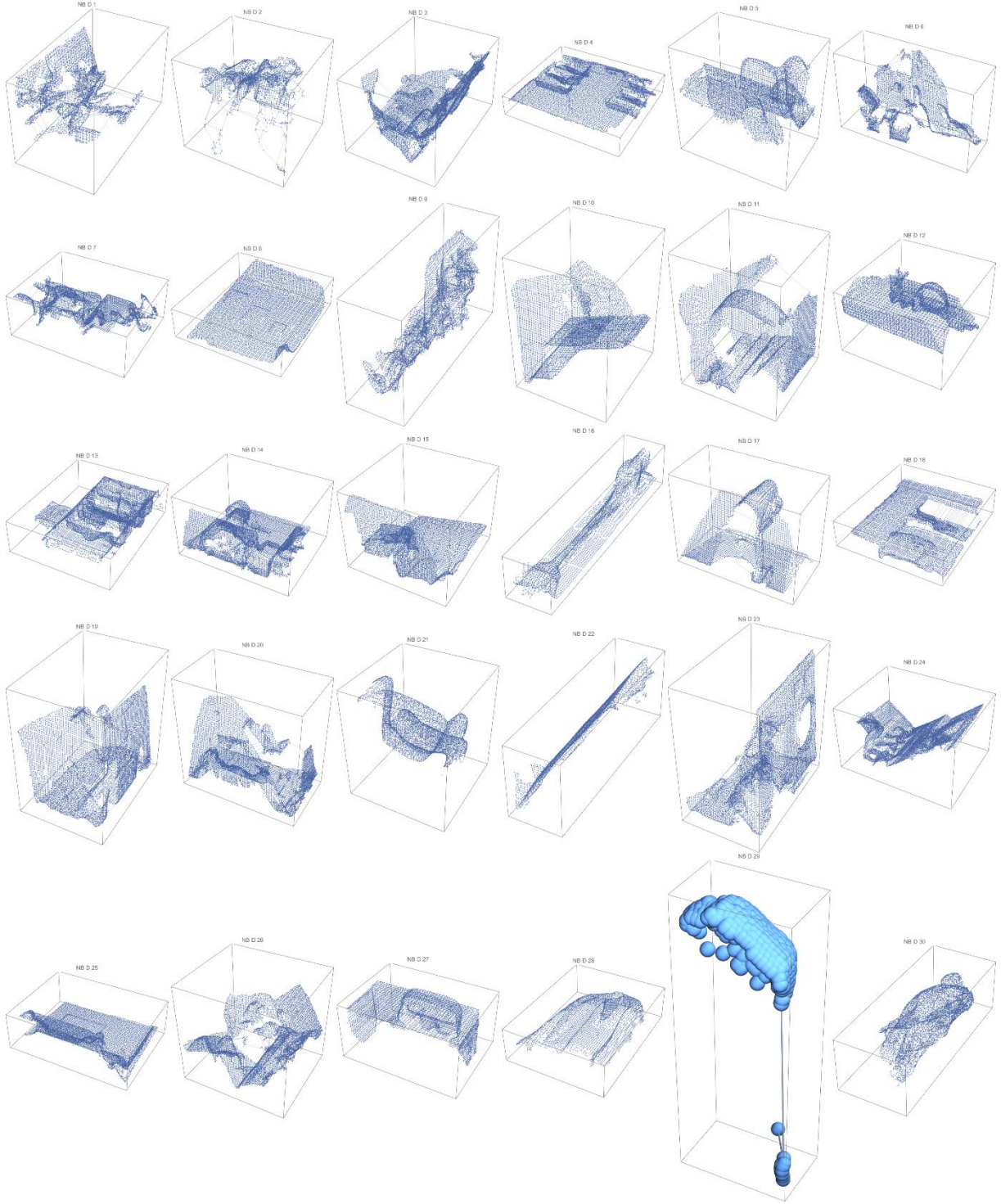
Şekil 3.86 – NB1-NB30 modelleri için Delaunay komplekslerinin 1-iskeletlerine ait çekirdek matrisi



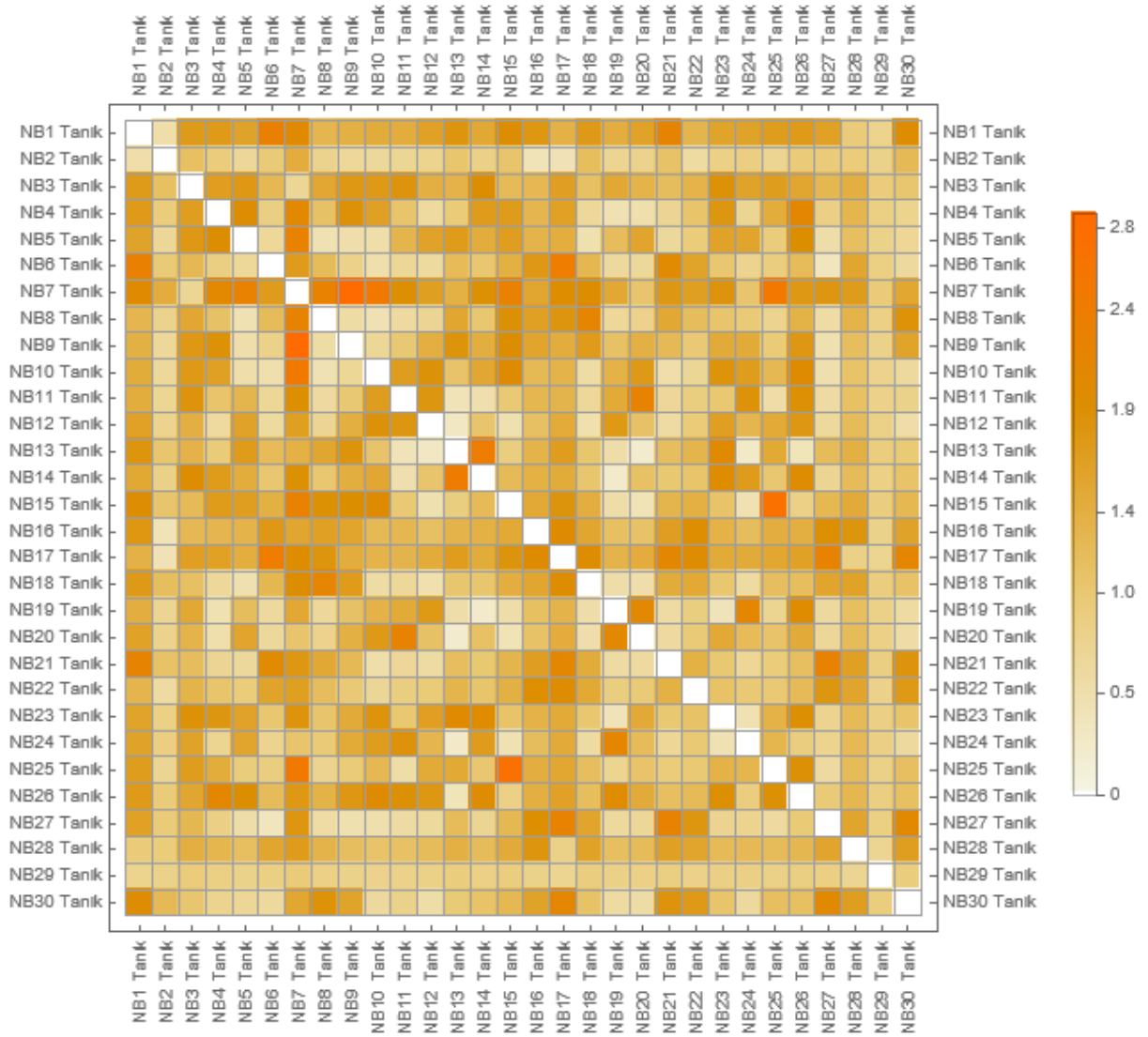
Şekil 3.87 – NB1-NB30 modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletleri



Şekil 3.88 – NB1-NB30 modelleri için Cech komplekslerinin 1-iskeletlerine ait çekirdek matrisi



Şekil 3.89 – NB1-NB30 modelleri için Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri



Şekil 3.90 – NB1-NB30 modelleri için Tank komplekslerinin 1-iskeletlerine ait çekirdek matrisi

3.5. ÇEKİRDEK MATRİSİ İLE MAKİNE ÖĞRENMESİ

Graf madenciliği, tepe sınıflandırması, graf sınıflandırması, ayırıt tahmini, ayırıt yerleştirme, topluluk tespiti gibi çeşitli görevleri içerir. Makine öğrenimi yaklaşımlarının tanıtılmasından bu yana, bir grafta bulunan yararlı bilgileri keşfetmeye yönelik birçok girişimde bulunulmuştur. Bu tür algoritmaları graf alanına uygulamak için, graflar arasındaki benzerlik ölçülerini hesaplamının anlamlı yolları olmalıdır. Graf problemlerini çözmek kolay değildir. Örneğin, ortak alt grafiklerin maksimum sayısını bulma sorunu, hesaplama açısından zordur. Ancak graf benzerliği çeşitli şekillerde hesaplanabilir ve benzerlik ölçülerinin kesin olması gerekmez. Yaklaşık benzerlik ölçüleri, graf ile ilgili görevler üzerinde çalışmak için yeterlidir. Graf madenciliği alanında önemli ilerleme olmasına rağmen, temeldeki graf yapısını gerçekten temsil eden özellikleri çıkarmak hala bir zorluk olmaya devam etmektedir.

Graf sınıflandırması, grafın kategorisini veya hedef etiketini belirleme problemidir. Çok sayıda girdi grafından oluşan bir veri setimiz varsa, problem grafların her birini doğru kategorisine veya hedef etiketine göre sınıflandırmaktır. Bu proje çalışması özelinde bu problem verilen nokta bulutlarından elde edilen grafların sınıf etiketlerini doğru tahmin etmenin gerçekleştirilmesini sağlamaktır. Örneğin bir uçak modeline ait nokta bulutu verildiğinde, bu nokta bulutuna ait simpleks komplekslerinin 1-iskeletleri ile oluşturulan grafın uçak modeli olduğu ve araba, insan, bitki veya vazo modeli olmadığını belirlemektir.

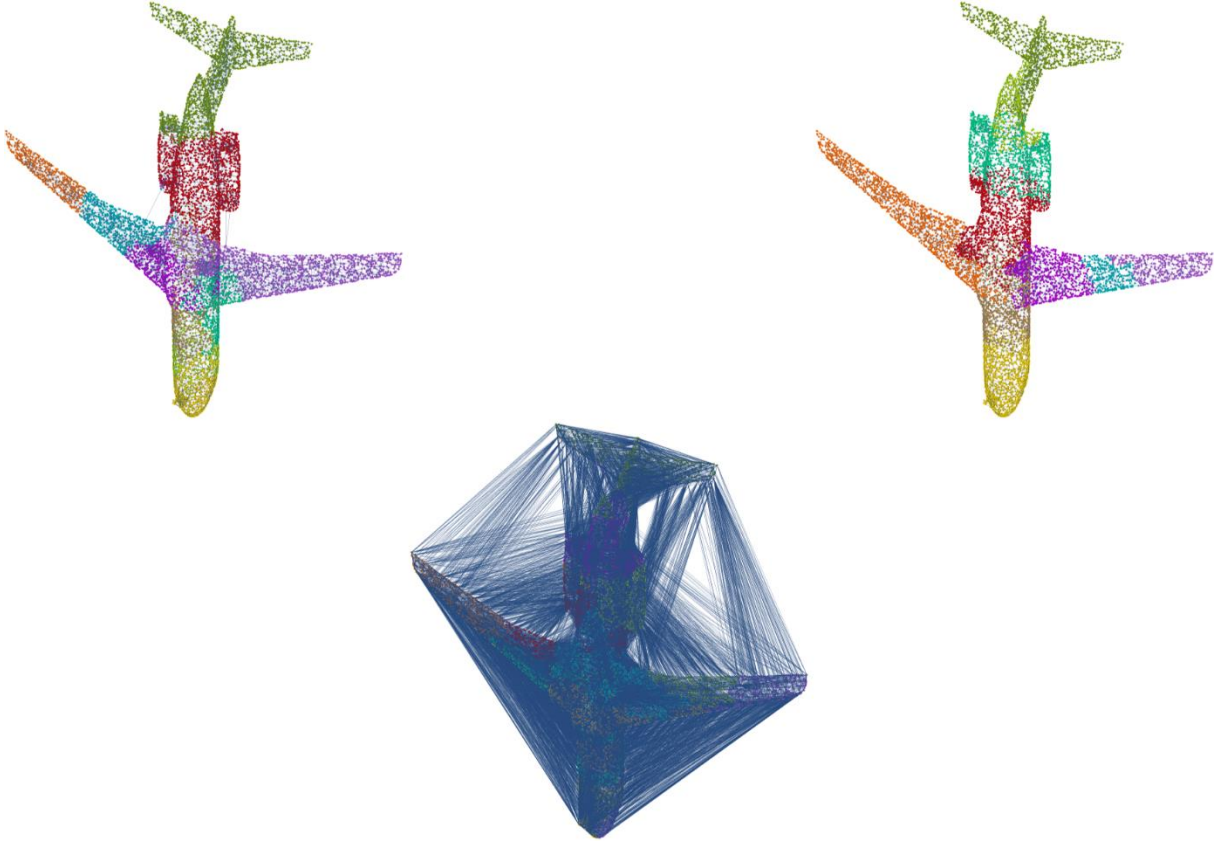
Nokta bulutlarından elde edilen graflar büyük ve karmaşıktır. Ayrıca 3B tarama sürecinden dolayı çok sayıda gürültü unsuru içerdikleri bilinmektedir. Bu gürültü öğeleri herhangi bir değerli bilgi eklemeyiz. Bunları ortadan kaldırmak çok önemlidir, aksi takdirde yanlış içgörüler getirebilirler. Sınıflandırıcı model, gürültü elemanlarından elde edilen içgörülerini ortadan kaldırdığı gibi büyük grafları da işleyebilmelidir. Model sağlam olmalı, hesaplanması verimli olmalı ve çok fazla alan tüketmemelidir.

Girdi grafikleri $G = \{G_1, G_2, G_3, \dots, G_n\}$ ve bunlara karşılık gelen etiketlerden oluşan bir veri kümesi verildiğinde, görev bu graflardan öğrenen ve yeni, görünmeyen grafların etiketini tahmin eden bir model oluşturmaktır. Bu yeni graflar için tahmin yapmak için graf özellikleri hesaplanır ve karşılaştırılır. Popüler bir yaklaşım, girdi graflarında farklı modellerin oluşumlarını hesaplamaya odaklanan grafik çekirdeklerinin kullanılmasıdır. Proje çalışmamızda analiz edilen sınıflandırma yöntemleri 3B nokta bulutları için diskret jeodezilerin dağılımları ile tanımlanmış çekirdek fonksiyonunu kullanarak gerçekleştirilmiştir.

Çekirdek fonksiyonu iki graf arasında tanımlanır. Proje çalışmamızda grafların sınıfları arasında elde edilmiş çekirdek fonksiyonlarına ait matrisler sunulmuştur. Bu matrislerin grafların Hilbert uzayına gömülme yapılarını içerdiği söylenebilir. Fakat sınıf içi çekirdek fonksiyonunun graf sınıflandırma probleminin çözümü için doğrudan kullanılması uygun olmaz. Bu tip bir sorunun üzerinden gelmek için çalışmamızda her bir nokta bulutuna ait grafların toplulukları tespit edilmiş ve toplulukların oluşturduğu alt graflar arasında çekirdek fonksiyonu ile matrisler elde edilmiştir.

Her bir graf için bu çalışmada Akışkan Topluluklar (ing. Fluid Communities) yöntemi kullanılarak grafların toplulukları belirlenmiştir. Akışkan Topluluklar, hesaplama maliyeti ve ölçeklenebilirlik açısından en son teknolojiyi temsil eden yayılma metodolojisine dayanmaktadır. Akışkan Topluluklar, son derece verimli olmakla birlikte, sentetik grafiklerdeki toplulukları mevcut en iyi alternatiflere yakın bir doğrulukla bulabilir. Ek olarak, Akışkan Topluluklar, ağdaki değişken sayıda topluluğu tanımlayabilen ilk yayılma tabanlı algoritmadır.

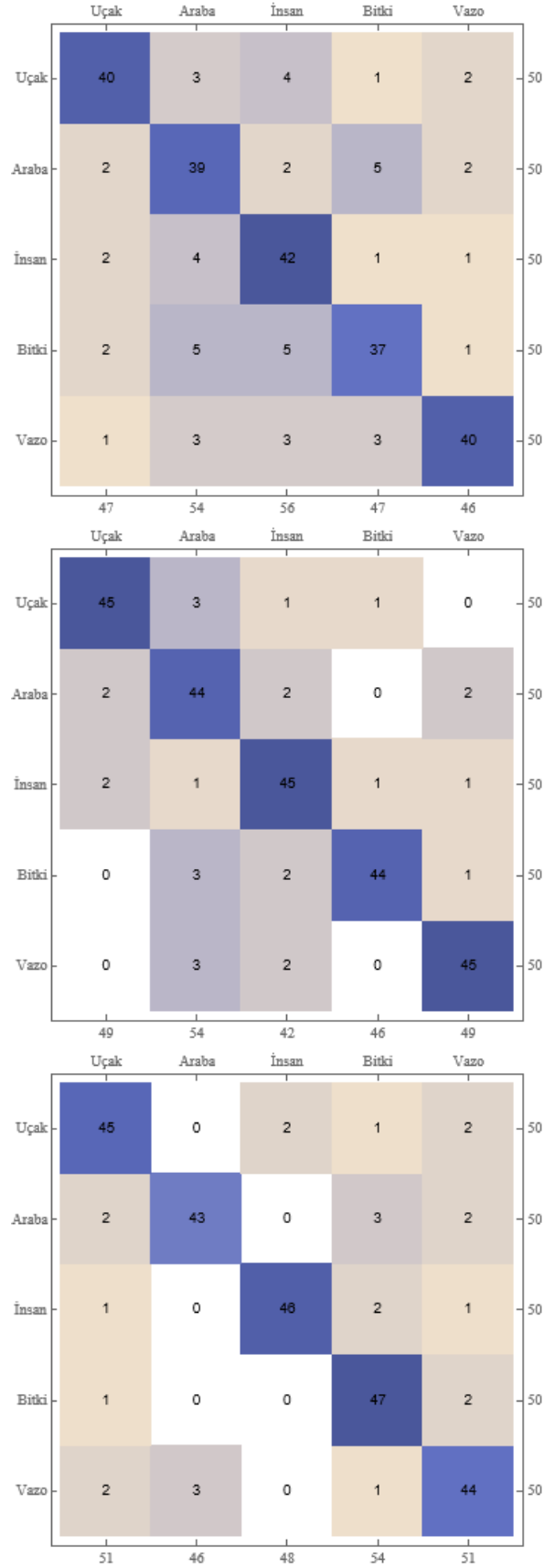
Şekil 3.91'de Uçak modeline ait grafların Akışkan Topluluklar yöntemi ile bulunan toplulukları gösterilmiştir.



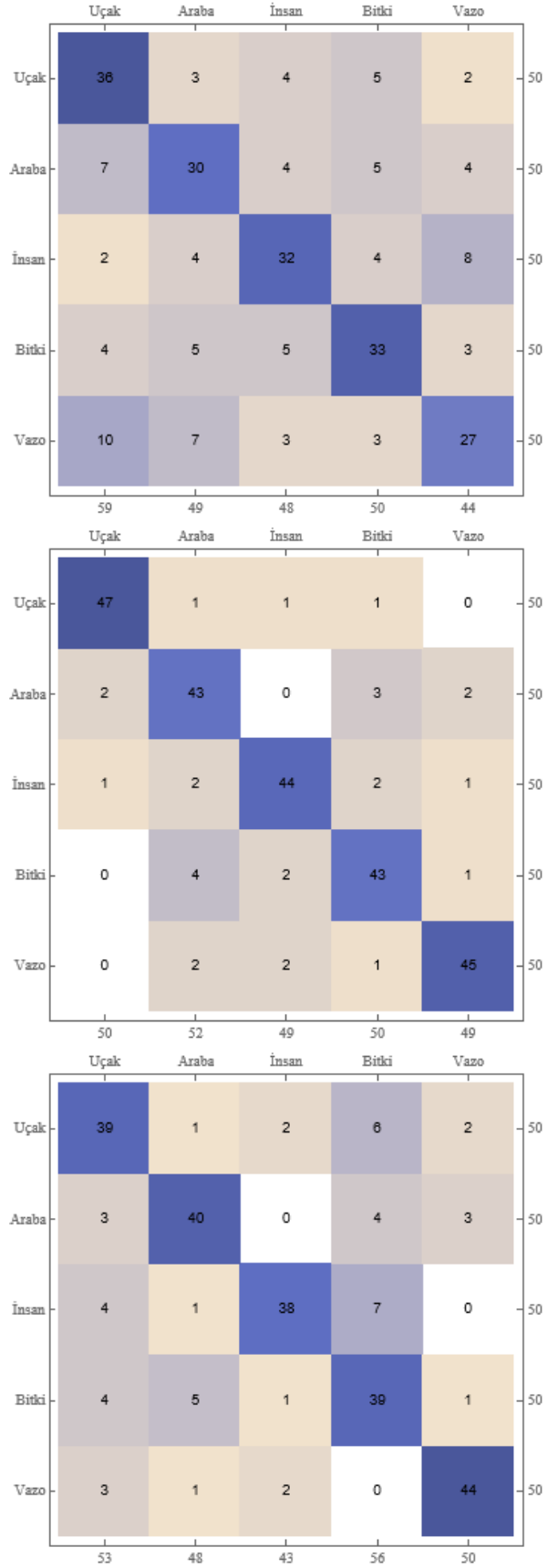
Şekil 3.91 – Uçak modeline ait Cech (sol üst), Tanık (sağ üst) ve Delaunay (alt) komplekslerinin 1-iskeletlerine ait grafların 10 elemanlı toplulukları

Bu çalışmada sınıf etiketleri belli olan Princeton ModelNet veri setinden Uçak, Araba, İnsan, Bitki ve Vazo modelleri için her bir sınıftan 250 örnek alınmış ve bunların 10 elemanlı toplulukları bulunmuştur. Aynı graftaki toplulukların oluşturdukları alt grafların birbirleri ile proje çalışmasında sunulan çekirdek fonksiyonu kullanılarak karşılaştırılmaları sonucu ise bir graf modeline ait 10×10 tipinde çekirdek matrisleri elde edilmiştir. Çekirdek matrisleri grafların sahip olduğu sınıf ile etiketlenip, Destek Vektör Makinesi, Naive Bayes ve Yapay Sinir Ağı modelleri ile sınıflandırma performansları incelenmiştir. Tahmin edicilerin eğitimi sürecinde her bir sınıftan 200 adet nokta bulutu ve test sürecinde de her bir sınıftan 50 adet nokta bulutu örneği kullanılmıştır.

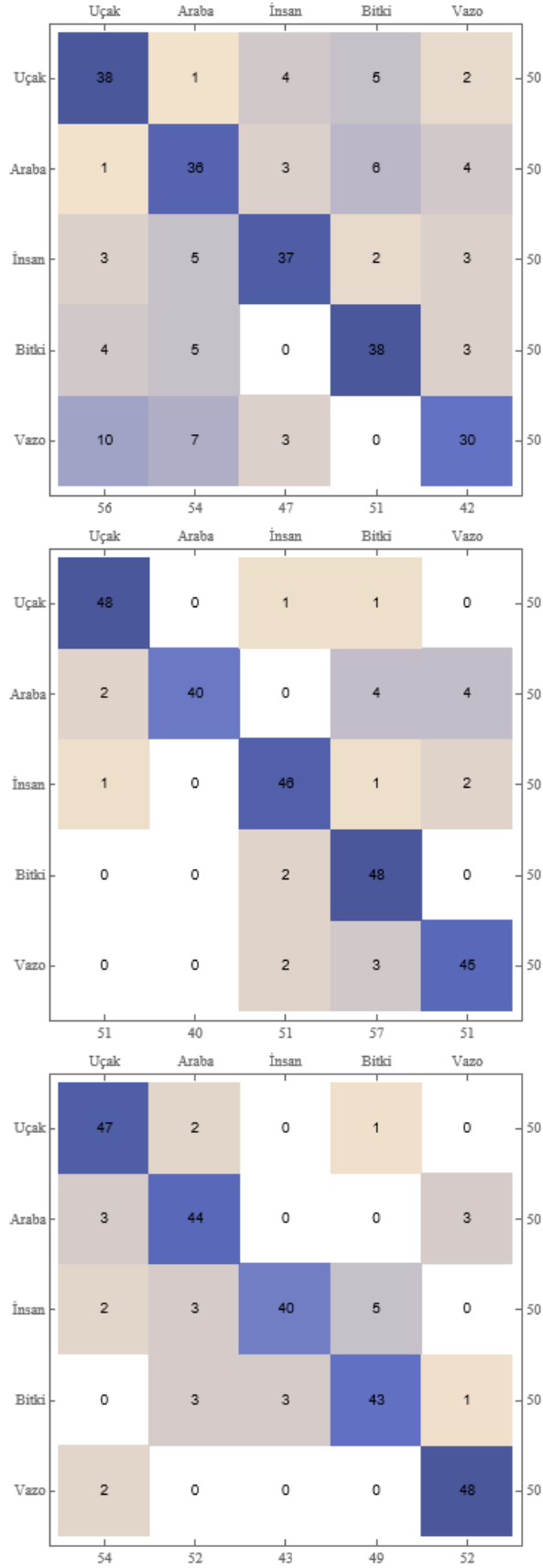
Destek Vektör Makinesi, Naive Bayes ve Yapay Sinir Ağı ile gerçekleştirilen sınıflandırmaya ait karışıklık matrisleri sırası ile Şekil 3.92, Şekil 3.93 ve Şekil 3.94'te sunulmuştur.



Şekil 3.92 – Delaunay (üst), Cech (orta), Tanik (alt) komplekslerinin 1-iskeletlerine ait grafların kullanıldığı Destek Vektör Makinesi sınıflandırma sonuçları



Şekil 3.93 – Delaunay (üst), Cech (orta), Tanık (alt) komplekslerinin 1-iskeletlerine ait grafların kullanıldığı Naive Bayes sınıflandırma sonuçları



Şekil 3.94 – Delaunay (üst), Cech (orta), Tanik (alt) komplekslerinin 1-iskeletlerine ait grafların kullanıldığı Yapay Sinir Ağı sınıflandırma sonuçları

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Makine öğreniminde yaygın olarak kullanılan veri yapıları arasında, graflar tartışmasız en genel olanlardan biridir. Graflar, karmaşık nesnelere, her biri kategorik veya vektörel tepe ve kenar özellikleri gibi meta verilerle açıklama eklenebilen varlıklar ve bu tür varlıklar arasındaki ilişkiler topluluğu olarak modellenmesine izin verir. Her yerde bulunan birçok veri türü, yapılandırılmamış vektörel verilerin yanı sıra zaman serileri, görüntüler, hacimsel veriler, nokta bulutları veya varlık çantaları gibi yapılandırılmış veri türleri de dahil olmak üzere belirli graf durumları olarak anlaşılabilir. En önemlisi, çok sayıda uygulama, graf tabanlı gösterimlerin sağladığı ekstra esneklikten yararlanır.

Yapılandırılmış nesnelere arasındaki benzerliği ölçmek için giderek daha popüler hale gelen yaklaşımlardan biri, çekirdek yöntemlerini kullanmaktır. Genel olarak, çekirdek yöntemleri, çekirdek Hilbert uzayını yeniden üretmede bir iç çarpıma karşılık gelen bir çekirdek fonksiyonu iki nesne arasındaki benzerliği ölçer. Çekirdek yöntemleri için zorluk, yapının semantiğini yakalarken, hesaplama açısından izlenebilir olan uygun bir çekirdek fonksiyonu bulmaktır. Bu çalışmada bilgisayar ile görünümün temel problemlerinden biri olan nokta bulutu karşılaştırma problemine bir yaklaşım olarak graflar üzerinde diskret jeodezilerin dağılımı ile tanımlı bir çekirdek fonksiyonu kullanılmıştır. Bu çekirdek fonksiyonunun tanımlarken nokta bulutlarının karşılaştırma sürecinde izometrilere, topolojik dönüşümler ve gürültü düzeylerine duyarlı bir yaklaşım sunulmuştur.

Her bir nokta bulutu modeli için dört farklı graf elde etme yöntemi önerilmiş fakat Rips-Vietoris komplekslerinin elde edilmesi makul bir hesapsal karmaşıklığa sahip olmadığı için bu yöntem sadece bir veri grubunda değerlendirilmiştir. Diğer üç nokta bulutu veri seti için Delaunay, Cech ve Tanık komplekslerinin 1-iskeletleri ile elde edilen nokta bulutları kullanılmıştır.

Çalışmada sunulan çekirdek fonksiyonu üç farklı veri seti üzerinde değerlendirilmiştir. İlk veri seti topolojik ve kategorik olarak birbirlerine benzeyen nokta bulutları kümesinden (Princeton ModelNet veri seti) seçilmiştir. Çekirdek fonksiyonu beş farklı kategoride 10ar nokta bulutu arasında karşılaştırılarak benzerlik matrisleri elde edilmiştir.

Benzerlik matrisleri incelendiğinde kategorilerin içsel benzerlikleri için en iyi sonuçların Tanık komplekslerine ait 1-iskeletlerinin grafları üzerinden elde edildiği gözlemlenmektedir. Her bir kategori içerisindeki nokta bulutları arasında topolojik olarak birbirine daha çok benzeyen, yani yapısal delikleri ve darboğaz yapıları benzeyen, modeller arasında benzerlik değeri (daha küçük çekirdek değeri) oldukça güçlü çıkmaktadır. Uçak, Araba, İnsan, Bitki ve Vazo modelleri içerisinde çekirdek değer dağılımları daha düşük değerlere (daha yüksek benzerlik) özellikle Araba ve Vazo modellerinde ulaşmaktadır. Bu modellerin nokta bulutları incelendiğinde bu iki kategori içerisinde topolojik benzerliklerin de oldukça belirgin olduğu görülür. Böylelikle özellikle Tanık kompleksi incelendiğinde bu çalışmada sunulan çekirdek fonksiyonunun topolojik dönüşümler altında etkin sonuçlar verdiğini söylememiz mümkündür.

İkinci veri seti (SHREC11-TOSCA) sunulan çekirdek fonksiyonunun nokta bulutu izometrilere altındaki değerlerinin incelenmesi için seçilmiştir. Çekirdek fonksiyonu sekiz farklı kategoride farklı sayıdaki nokta bulutları arasında çalıştırılarak benzerlik matrisleri elde edilmiştir. Benzerlik matrisleri incelendiğinde kategorilerin içsel benzerlikleri için iyi sonuçların Cech ve Tanık komplekslerine ait 1-iskeletlerinin grafları üzerinden elde edildiği gözlemlenmektedir. İzometrik olarak değişen nokta bulutlarında benzerlik dağılımlarında sapmalar gözlemlenmiştir. Bu sapmalara ait nokta bulutları incelendiğinde izometrik hareketler sonucu nokta bulutunun farklı bölümlerinin birbirlerine geometrik olarak yaklaştıklarında bölümler içindeki tepeler arasında ayrıtlar oluştuğu görülebilir. Bu yeni ayrıtların oluşması nokta bulutunun graf modelleri içerisinde diskret jeodezi dağılımlarını değiştirmektedir. Bu değişim nokta bulutları izometrik olsa da çekirdek fonksiyon değerini etkilemektedir. Bu noktada proje çalışmasında sunulan çekirdek fonksiyonunun izometrilere arasındaki etkinliğinin belli durumlarda geçersiz olacağı söylenebilir.

Üçüncü veri seti olarak LIDAR teknolojisine sahip 3B tarayıcılar ile elde edilen 30 adet nokta bulutu modeli kullanılmıştır. Bu modeller taramaya bağlı yüksek gürültüyü ve yapısal delikleri içermektedir. 3B tarama ile elde edilen nokta bulutları işlenmeden önce tepe merkezi yakınlık ölçüsüne göre basitleştirilmiş ve tepe sayıları ~5000 – 10000 arasında tutulmuştur. Benzerlik matrisleri incelendiğinde 3B tarama ile elde edilen

nokta bulutları arasındaki benzerliklerin her simpleks kompleksi yöntemi için de etkili sonuçlarla elde edildiği gözlemlenebilir. Bu üç yöntem arasında hesapsal süre bakımından en iyi sonuç ise Cech kompleksi ile elde edilmiştir. Bu durum proje çalışmasında kullanılan çekirdek fonksiyonunun gürültü içeren nokta bulutlarının benzerlik ölçümlerinde etkin bir şekilde kullanılabileceğini göstermektedir.

Makine öğrenme araştırmalarında graf sınıflandırma problemi oldukça sıklıkla karşılaşılan bir problemdir. Bir grafın benzer alt grafları arasındaki yapısal ölçümler ile tanımlanan çekirdek fonksiyonları graf sınıflandırma problemi için sıklıkla kullanılmaktadır. Bu çalışmada graf sınıflandırma problemi için sunulan çekirdek fonksiyonu incelenmiştir. Destek Vektör Makinesi, Naive Bayes ve Yapay Sinir Ağları modelleri için girdi olan benzerlik matrisleri her bir nokta bulutunun grafları içerisinde elde edilmiştir. Bir grafın ait olduğu kategoriyi vektörel formda belirlemek için grafların tepe kümelenmesi olan toplulukları kullanılmıştır. Toplulukların belirlenmesinde Akışkan Topluluk algoritması her graf modelinde sabit kümelenme büyüklüğü içermek üzere çalıştırılmıştır. Grafların topluluklarının doğurduğu altgraflar arasında çekirdek fonksiyonu ile içsel benzerlik matrisleri elde edilmiştir. Sınıflandırma modellerinin karışıklık matrisleri incelendiğinde ün yüksek sınıflandırma doğruluk oranına sahip olanların Cech komplekslerinden elde edilen 1-iskeletler olduğu gözlemlenmektedir. Ayrıca sınıflandırma yöntemleri içerisinde en etkin olanının Yapay Sinir Ağları olduğu ve sınıflandırma sürecinde en düşük doğruluk oranlarının Delaunay komplekslerinden elde edilen 1-iskeletlerde ortaya çıktığı görülebilir. Cech ve Tanık kompleksleri her üç sınıflandırma modeli ile Cech ve Tanık kompleksleri için $>85\%$ doğruluk oranına sahiptir. Bu sonuçlar da önerilen çekirdek fonksiyonunun nokta bulutu sınıflandırmasında etkin bir şekilde kullanılabileceğini göstermektedir.

Proje çalışmasında elde edilen sonuçlar sunulan çekirdek fonksiyonunun farklı görevlerde etkili olarak kullanılabileceğini göstermektedir. Fakat bu fonksiyonun kullanımı için elde edilen 1-iskeletlerin oluşturulması ve çekirdek fonksiyonunun bu iskeletler üzerinde çalışması özellikle nokta bulutu eleman sayısı arttığında hesapsal karmaşıklık açısından artmaktadır. İleride yapılacak çalışmalarda bu tip bir handikabın üstesinden gelinmesi için çekirdek fonksiyonunun hesabının paralelleştirilmesi ve



nokta bulutu modelleri arasında topolojik ve izometrik özellikleri koruyan graf modeli yöntemlerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

REFERANSLAR

Adamson, A. ve Alexa, M. 2003. "Approximating and intersecting surfaces from points". In Proceedings of the 2003 Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing (pp. 230-239).

Alexa, M., Behr, J., Cohen-Or, D., Fleishman, S., Levin, D. ve Silva, C. T. 2001. "Point set surfaces". In Proceedings Visualization, 2001. VIS'01. (pp. 21-29). IEEE.

Amenta, N. ve Kil, Y. J. 2004. "Defining point-set surfaces". ACM Transactions on Graphics (TOG), 23(3), 264-270.

Amenta, N., Choi, S. ve Kolluri, R. K. 2001. "The power crust, unions of balls, and the medial axis transform". Computational Geometry, 19(2-3), 127-153.

Atıcı, M. ve Vince, A. 2002. "Geodesics in graphs, an extremal set problem, and perfect hash families". Graphs and Combinatorics, 18(3), 403-413.

Attene, M. ve Patanè, G. 2010. "Hierarchical structure recovery of point-sampled surfaces". In Computer Graphics Forum (Vol. 29, No. 6, pp. 1905-1920). Oxford, UK: Blackwell Publishing Ltd.

Aziz, F., Wilson, R. C. ve Hancock, E. R. 2013. "Backtrackless walks on a graph". IEEE transactions on neural networks and learning systems, 24(6), 977-989.

Bach, F. R. 2008. "Graph kernels between point clouds". In Proceedings of the 25th international conference on Machine learning (pp. 25-32).

Bai, L., Rossi, L., Zhang, Z. ve Hancock, E. 2015. "An aligned subtree kernel for weighted graphs". In International Conference on Machine Learning (pp. 30-39). PMLR.

Barra, V. ve Biasotti, S. 2014. "3D shape retrieval and classification using multiple kernel learning on extended Reeb graphs". *The Visual Computer*, 30(11), 1247-1259.

Bernstein, M., De Silva, V., Langford, J. C. ve Tenenbaum, J. B. 2000. "Graph approximations to geodesics on embedded manifolds" (pp. 961-968). Technical report, Department of Psychology, Stanford University.

Boissonnat, J. D., Guibas, L. J. ve Oudot, S. Y. 2009. "Manifold reconstruction in arbitrary dimensions using witness complexes". *Discrete & Computational Geometry*, 42(1), 37-70.

Borgwardt, K. M. ve Kriegel, H. P. 2005. "Shortest-path kernels on graphs". In *Fifth IEEE international conference on data mining (ICDM'05)* (pp. 8-pp). IEEE.

Boulch, A., Puy, G. ve Marlet, R. 2020. "FKAConv: Feature-Kernel Alignment for Point Cloud Convolution". In *Proceedings of the Asian Conference on Computer Vision*.

Boyer, E., Bronstein, A. M., Bronstein, M. M., Bustos, B., Darom, T., Horaud, R., ... ve Zobel, V. 2011. "SHREC 2011: robust feature detection and description benchmark". In *3DOR2011-Eurographics Workshop on 3D Object Retrieval* (pp. 71-78).

Bronstein, A. M., Bronstein, M. M., Bustos, B., Castellani, U., Crisani, M., Falcidieno, B., ... ve Sun, J. 2010. "SHREC'10 track: feature detection and description". In *Proceedings of the 3rd Eurographics conference on 3D Object Retrieval* (pp. 79-86).

Burnham, K. P. ve Anderson, D. R. 2001. "Kullback-Leibler information as a basis for strong inference in ecological studies". *Wildlife research*, 28(2), 111-119.

Chen, L. M. (2014). "Digital and Discrete Geometry: Theory and Algorithms". Springer.

Chen, X. 2020. "Hierarchical Rigid Registration of Femur Surface Model Based on Anatomical Features". *Molecular & Cellular Biomechanics*, 17(3), 139.

Connor, M. ve Kumar, P. 2010. "Fast construction of k-nearest neighbor graphs for point clouds". IEEE transactions on visualization and computer graphics, 16(4), 599-608.

De Floriani, L. ve Hui, A. 2005. "Data Structures for Simplicial Complexes: An Analysis And A Comparison". In Symposium on Geometry Processing (pp. 119-128).

Dey, T. K. 2006. "Curve and surface reconstruction: algorithms with mathematical analysis" (Vol. 23). Cambridge University Press.

Dey, T. K. ve Goswami, S. 2006. "Provable surface reconstruction from noisy samples". Computational Geometry, 35(1-2), 124-141.

Edelsbrunner, H. ve Harer, J. 2008. "Persistent homology-a survey". Contemporary mathematics, 453, 257-282.

Filippone, M., Camastra, F., Masulli, F. ve Rovetta, S. 2008. "A survey of kernel and spectral methods for clustering". Pattern recognition, 41(1), 176-190.

Fröhlich, H., Wegner, J. K., Sieker, F. ve Zell, A. 2005. "Optimal assignment kernels for attributed molecular graphs". In Proceedings of the 22nd international conference on Machine learning (pp. 225-232).

Gaidon, A., Harchaoui, Z. ve Schmid, C. 2011. "A time series kernel for action recognition". In BMVC 2011-British Machine Vision Conference (pp. 63-1). BMVA Press.

Gou, J., Yi, Z., Zhang, D., Zhan, Y., Shen, X. ve Du, L. 2018. "Sparsity and geometry preserving graph embedding for dimensionality reduction". IEEE Access, 6, 75748-75766.

Guo, H., Zhang, F., Chen, J., Xu, Y. ve Xiang, J. 2017. Machine learning classification combining multiple features of a hyper-network of fMRI data in Alzheimer's disease. *Frontiers in neuroscience*, 11, 615.

Harchaoui, Z. ve Bach, F. 2007. "Image classification with segmentation graph kernels". In 2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (pp. 1-8). IEEE.

Johansson, F., Jethava, V., Dubhashi, D. ve Bhattacharyya, C. 2014. "Global graph kernels using geometric embeddings". In International Conference on Machine Learning (pp. 694-702). PMLR.

Kahle, M. 2014. "Topology of random simplicial complexes: a survey". *AMS Contemp. Math*, 620, 201-222.

Klein, J. ve Zachmann, G. 2004. "Point cloud surfaces using geometric proximity graphs". *Computers & Graphics*, 28(6), 839-850.

Kriege, N. M., Johansson, F. D. ve Morris, C. 2020. "A survey on graph kernels". *Applied Network Science*, 5(1), 1-42.

Levin, D. 2004. "Mesh-independent surface interpolation". In *Geometric modeling for scientific visualization* (pp. 37-49). Springer, Berlin, Heidelberg.

Meltzer, P., Mallea, M. D. G. ve Bentley, P. J. 2020. "PiNet: Attention Pooling for Graph Classification". *arXiv preprint arXiv:2008.04575*.

Mitchell, J. S., Mount, D. M. ve Papadimitriou, C. H. 1987. "The discrete geodesic problem". *SIAM Journal on Computing*, 16(4), 647-668.

Munkres, J. R. 2018. "Elements of algebraic topology". CRC Press.

Nakarmi, U., Wang, Y., Lyu, J., Liang, D. ve Ying, L. 2017. "A kernel-based low-rank (KLR) model for low-dimensional manifold recovery in highly accelerated dynamic MRI". *IEEE transactions on medical imaging*, 36(11), 2297-2307.

Natali, M., Biasotti, S., Patane, G. ve Falcidieno, B. 2011. "Graph-based representations of point clouds". *Graphical Models*, 73(5), 151-164.

Pérez-Cruz, F. 2008. "Kullback-Leibler divergence estimation of continuous distributions". In *2008 IEEE international symposium on information theory* (pp. 1666-1670). IEEE.

Polthier, K. ve Schmies, M. 2006. "Straightest geodesics on polyhedral surfaces". In *ACM SIGGRAPH 2006 Courses* (pp. 30-38).

Shervashidze, N., Schweitzer, P., Van Leeuwen, E. J., Mehlhorn, K. ve Borgwardt, K. M. 2011. "Weisfeiler-Lehman graph kernels". *Journal of Machine Learning Research*, 12(9).

Shewchuk, J. R. 1999. "Lecture notes on Delaunay mesh generation", Cambridge University Press.

Song, M. 2020. "A personalized active method for 3D shape classification". *The Visual Computer*, 1-18.

Wang, F., Lv, J., Ying, G., Chen, S. ve Zhang, C. 2019. "Facial expression recognition from image based on hybrid features understanding". *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 59, 84-88.

Wang, L. ve Sahbi, H. 2013. "Directed acyclic graph kernels for action recognition". In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision* (pp. 3168-3175).



Wang, T., Liu, H., Li, Y., Jin, Y., Hou, X. ve Ling, H. 2020. "Learning combinatorial solver for graph matching". In Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition (pp. 7568-7577).

Wu, J., Pan, S., Zhu, X., Zhang, C ve Philip, S. Y. 2017. "Multiple structure-view learning for graph classification". IEEE transactions on neural networks and learning systems, 29(7), 3236-3251.

Yu, S. ve Mehta, P. G. 2010. "The Kullback–Leibler rate pseudo-metric for comparing dynamical systems". IEEE Transactions on Automatic Control, 55(7), 1585-1598.

Zhang, S., Cui, S. ve Ding, Z. 2020. "Hypergraph spectral analysis and processing in 3D point cloud". IEEE Transactions on Image Processing, 30, 1193-1206.

Zomorodian, A. 2010. "Fast construction of the Vietoris-Rips complex". Computers & Graphics, 34(3), 263-271.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje Yürütücüsü:	Doç. Dr. ÖMER AKGÜLLER
Proje No:	121E031
Proje Başlığı:	Jeodezi Dağılımı Temelli Graf Çekirdeği ve 3B Nokta Bulutu Uygulamaları
Proje Türü:	1002 - Hızlı Destek
Proje Süresi:	12
Araştırmacılar:	MEHMET ALİ BALCI
Danışmanlar:	
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi:	MUĞLA SITKI KOÇMAN Ü. FEN F.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri:	15/04/2021 - 15/04/2022
Onaylanan Bütçe:	44500.0
Harcanan Bütçe:	40998.0
Öz:	<p>Nokta bulutları, veri kümeleri için en temel çok yönlü temsillerden biridir. Nokta bulutlarının elde edilmesini sağlayan kaynaklardan biri, birçok disiplinde de uygulamaları olan lazer menzil tarayıcıları gibi 3B şekil edinme cihazlarıdır. Bu tarayıcılar, yüzey örneklerini temsil eden organize olmayan nokta bulutları biçiminde genel olarak gürültülü ham veriler sağlar. Bu çalışma kapsamında geliştirilen yöntem nokta bulutunun örneklediği alt manifoldun simpleks kompleksi iskeleti ile ifade edilen graf yapıları üzerinde hesaplanan en kısa yollar manifoldun jeodezik eğrilerine bir yaklaşım sunacaktır. Bu örneklenmenin gürültü içereceği de göz önünde bulundurulmalıdır. Simpleks kompleksi iskeleti ile oluşturulan graf yapıları bu gürültüden etkilense de altmanifoldun jeodeziklerine yapılan yaklaşımlar jeodeziklerin dağılımlarından çok etkilenmez. Böylelikle, 3B nokta bulutlarının iskeletlerinde diskret jeodeziklerinin dağılımlarının Wasserstein benzerliği ile tanımlanan bir çekirdek fonksiyonu nokta bulutu benzerliği ölçümü sürecinde etkili bir araç olmuştur.</p>
Abstract:	<p>Point clouds are one of the most basic versatile representations for datasets. One of the sources for obtaining point clouds is 3D shape acquisition devices such as laser range scanners, which also have applications in many disciplines. These scanners provide generally noisy raw data in the form of disorganized point clouds representing surface samples. The method developed within the scope of this study will provide an approximation to the geodesic curves of the manifold with the shortest paths calculated on the graph structures expressed by the simplicial complex skeleton of the submanifold from which the point cloud is sampled. It should also be taken into account that this sampling will contain noise. Although the graph structures formed by the simplicial complex skeleton are affected by this noise, the approaches to the geodesics of the submanifold are not affected much by the distributions of the geodesics. Thus, a kernel function defined by the Wasserstein similarity of the distributions of discrete geodesics in the skeletons of 3D point clouds has been an effective tool in the point cloud similarity measurement process.</p>
Anahtar Kelimeler:	Nokta Bulutu İşleme, Graf Çekirdeği, Diskret Jeodezi
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Evet